Iran J. Insur. Res., 6(3): 172-186, Summer 2017, Serial #21

Iranian Journal of Insurance Research
(IJIR)
Homepage: https://ijir.irc.ac.ir/?lang=en

Insurance Research Center (IRC)

ORIGINAL RESEARCH PAPER

Stochastic loss reserving for general insurance with emphasis on micro-level

A.R. Omrani[1,*], M.R. Faghihi Habibabadi[2]

[1] *Department of Actuarial Science, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran*
[2] *Department of Statistics, Faculty of Mathematical Sciences, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran*

ARTICLE INFO

Article History
Received: 14 February 2017
Revised: 15 March 2017
Accepted: 11 September 2017

Keywords
Loss Reserve; Poisson Process; Survival Analysis; Non-Life Insurance; Predicting; Micro-Level.

ABSTRACT

In their financial statements, insurance companies often use the chain ladder method to forecast claims reserves. The chain ladder method is based on accumulated data and years of claims development in the triangle of future obligations. This triangle is a summary of the datasets for individual claims. In this paper, the framework of state-dependent signed Poisson process, and statistical tools for recurrence events in single claims are used for a method of storage under the title of small-level random loss storage. Details of the time of claim occurrence, time of delay in claim reporting, times between payments and amounts of payments made, and information on the time of final settlement of claims are used in calculating the micro level reserve. To evaluate the new model, the data set of an Iranian insurance company has been considered; By using these data sets and simulating the damage reserve with the micro level model, it was shown that the use of the small level random damage reserve model has a close estimate to the actual amount of the required loss reserve for the coming years.

***Corresponding Author:**
Email: *a.r.omrani66@gmail.com*
DOI: 10.22056/ijir.2017.03.03

نشریه علمی پژوهشنامه بیمه

سایت نشریه: https://ijir.irc.ac.ir/?lang=fa

مقاله علمی

ذخیره‌سازی خسارت‌های تصادفی برای بیمهٔ عمومی با تأکید بر سطح خرد

علیرضا عمرانی[۱،*]، محمدرضا فقیهی حبیب‌آبادی[۲]

[۱]گروه بیم‌سنجی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

[۲]گروه آمار، دانشکدهٔ علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

اطلاعات مقاله

تاریخ دریافت: ۲۶ بهمن ۱۳۹۵

تاریخ داوری: ۲۵ اسفند ۱۳۹۵

تاریخ پذیرش: ۲۰ شهریور ۱۳۹۶

کلمات کلیدی

ذخیرهٔ خسارت

فرایند پواسون

تحلیل بقا

بیمه‌های غیرعمر

پیشگویی

سطح خرد

چکیده:

شرکت‌های بیمه‌ای در اظهارنامه‌های مالی اغلب از روش نردبان زنجیره‌ای برای پیشگویی ذخیرهٔ خسارت‌ها استفاده می‌کنند. روش نردبان زنجیره‌ای بر اساس داده‌های انباشته‌شده و سال‌های توسعهٔ ادعاها در مثلث تعهدات آتی است. این مثلث خلاصه‌ای از مجموعه‌داده‌های مربوط به ادعاهای تکی است. در این مقاله، از چارچوب فرایند پواسون نشان‌دار وابسته به وضعیت، و ابزارهای آماری برای پیشامدهای بازگشتی در ادعاهای تکی برای روشی از ذخیره‌سازی تحت عنوان ذخیرهٔ خسارت‌های تصادفی سطح خرد استفاده می شود. جزئیات اطلاعات مربوط به زمان رخداد خسارت، زمان تأخیر در گزارش خسارت، زمان‌های بین پرداخت‌ها و مقادیر پرداخت‌های صورت‌گرفته، و اطلاعات زمان تسویهٔ نهایی ادعاها در محاسبهٔ ذخیرهٔ سطح خرد به کار گرفته می‌شود. برای ارزیابی مدل جدید، مجموعه‌داده‌های مربوط به یک شرکت بیمهٔ ایرانی در نظر گرفته شده است؛ با استفاده از این مجموعه‌داده‌ها و شبیه‌سازی ذخیرهٔ خسارت‌ها با مدل سطح خرد، نشان داده شد که استفاده از مدل ذخیرهٔ خسارت‌های تصادفی سطح خرد، برآورد نزدیکی با مقدار واقعی ذخیرهٔ خسارت مورد نیاز برای سال‌های آتی دارد.

***نویسنده مسئول:**

ایمیل: *a.r.omrani66@gmail.com*

DOI: 10.22056/ijir.2017.03.03

مقدمه

اصلی‌ترین بخش در هر شرکت برای برنامه‌ریزیهای مالی، استفاده از منابع مالی دریافتی و درآمد حاصل از حق‌بیمه‌هاست. شرکتهای بیمه‌ای با دریافت حق‌بیمه، ریسک ناشی از خسارت بیمه‌گذار را قبول می‌کنند و در صورت اعلام ادعای خسارت از طرف بیمه‌گذار، بیمه‌گر موظف به جبران خسارت است. برخی مواقع شرکتها در طول مدت یکسال مالی، کل ادعاهای خسارت آن سال را پرداخت نکرده و در سالهای مالی آتی اقدام به پرداخت خسارت می‌کنند. این خسارتهای باقی‌مانده، خسارتهای معوق نامیده می‌شوند که باید در محاسبات بیم‌سنجی پیشگویی شوند. پیشتر در ایران برای محاسبات خسارتهای معوق از روشهای تجربی استفاده می‌شد و اخیراً نیز از روش نردبان زنجیره‌ای برای این محاسبات استفاده می‌شود. در این مقاله، روش ذخیرهٔ خسارت معوق بر پایهٔ ادعاهای تکی[۱] و بر اساس احتمال، تحت عنوان ذخیرهٔ خسارتهای سطح خرد[۲] معرفی و در چارچوب آماری فرایند نقطه‌ای پواسون نشان‌دار وابسته به وضعیت[۳] برای برآورد ذخیرهٔ مورد نیاز یک شرکت بیمه از کشور استفاده خواهد شد.

در بیمه‌های غیرعمر، ذخیره‌سازی برای ادعاهای رخ‌داده ولی گزارش‌نشده را (IBNR[۴]) و ادعاهای گزارش‌شده ولی هنوز به طور کامل تسویه‌نشده را (RBNS[۵]) نام‌گذاری می‌کنند و مجموع این دو نوع ادعا، ذخایر IBNS[۶] نامیده می‌شود.

اساس کار روش ذخیرهٔ خسارت سطح خرد استفاده از همهٔ اطلاعات مهم و تأثیرگذار بر مقدار خسارت در بازه‌های زمانی بین وقوع ادعای خسارت تا زمان تسویهٔ نهایی ادعای خسارت در طول یک دورهٔ زمانی مشخص است. در این روش، دو نوع ذخیرهٔ خسارت بیان‌شده از هم تفکیک می‌شوند و برآورد ذخیرهٔ خسارت برای آنها به صورت مجزا صورت خواهد گرفت و درنهایت، مجموع این دو نوع ذخیرهٔ خسارت، به‌عنوان ذخیرهٔ کل خسارت سطح خرد خواهد بود. برای استفاده از این روش، چارچوب آماری مدل با توجه به داده‌های موجود بیان خواهد شد و سپس با استفاده از این چارچوب آماری و داده‌ها، ذخیرهٔ خسارت تصادفی سطح خرد برآورد خواهد شد.

مروری بر پیشنهٔ پژوهش

پیشتر برای ذخیرهٔ خسارت تصادفی از روشهایی بر اساس مثلث تعهدات آتی خسارتها استفاده می‌شد، از این روشها تحت عنوان روشهای سطح کلان[۷] یاد می‌شود. نمونه‌ای از این روشها را می‌توان در کارهای انجام‌شده توسط انگلند و ورال[۸] (۲۰۰۲) و تیلور[۹] و همکاران (۲۰۰۸) مشاهده کرد. اساس استفاده از روشهای ذخیرهٔ خسارتهای معوق در سطح کلان، مثلث خسارتهای پرداختی است. استفاده از این مثلث خسارتها ممکن است با مشکلاتی مانند صفر یا منفی‌شدن مقدار سلولها در مثلث (Kunkler, 2004) و اریبی برآورد خسارتها در روشهای مثلثی (Schnieper, 1991) مواجه شود، همچنین امکان تفکیک خسارتهای IBNR و RBNS نیز وجود ندارد. لیو[۱۰] و ورال (۲۰۰۹) نشان دادند که امکان جداکردن ادعاهایی با مقدار خسارت کوچک و بزرگ نیز وجود ندارد. اشنایپر[۱۱] (۱۹۹۱) بیان کرد که اطلاعات مفید مربوط به سطوح مختلف بیمه‌نامه و ادعای خسارتها در روشهای سطح کلان مدنظر قرار نمی‌گیرند. شروع روشهای ذخیرهٔ خسارتها در سطح خرد را می‌توان در کارهای آریاس[۱۲] (۱۹۸۹) و نوربگ[۱۳] (۱۹۹۳ و ۱۹۹۹) بر روی چارچوب آماری آن مشاهده کرد. اساس کار آنها با استفاده از فرایندهای نقطه‌ای و کار بر روی داده‌های تکی بود. هاستراپ[۱۴] و آریاس (۱۹۹۶) در ادامهٔ کار آریاس و نوربرگ، جزئیات اولیهٔ ذخیرهٔ

---

1. Individual Claims
2. Micro Level
3. Position Dependent Marked Poisson Process
4. Incurred But Not Reported
5. Reported But Not Settled
6. Incurred But Not Settled
7. Macro Level
8. England and Verrall
9. Taylor
10. Liu
11. Schnieper
12. Arjas
13. Norberg
14. Haastrup

خسارتهای سطح خرد را بیان کردند و لارسن[1] (۲۰۰۷) با ادامهٔ کار بر روی مطالعهٔ موردی ادعاها، روشهای قبلی را مورد بازبینی قرار داد. همچنین انگلند و ورال (۲۰۰۲) و وتریچ و مرز[2] (۲۰۰۸) برای داده‌های تکی، مدلی مشابه با مدل سطح خرد و تحت مثلث تعهدات آتی ذخیرهٔ خسارت بیان کردند. درنهایت، آنتونیو و پلات[3] (۲۰۱۴)، روش سطح خرد را با استفاده از روشهای پیشین و اطلاعات فروش و ادعای خسارتها مورد بررسی قرار دادند و نشان دادند که استفاده از این روش، نتیجهٔ به‌مراتب بهتری نسبت به روشهای سطح کلان خواهد داشت.

داده‌ها و اطلاعات روش ذخیرهٔ سطح خرد

با توجه به ماهیت روش سطح خرد، از اطلاعات مربوط به بیمه‌نامه‌ها و خسارتهای بیمه‌نامه‌های اتومبیل استفاده می‌شود. برای پیشگویی ذخایر از اطلاعات یک شرکت بیمه‌ای کشور در بازهٔ زمانی ۱فروردین۱۳۸۶ تا آخر اسفند۱۳۹۱ استفاده شده است. این مجموعه از اطلاعات، شامل اطلاعات ریز بیمه‌نامه‌ها و ادعاهای گزارش‌شده به شرکت در این بازهٔ زمانی است. برای این مجموعهٔ اطلاعات در بازهٔ زمانی گفته‌شده در مجموع تعداد ۳،۲۸۶،۸۹۵ بیمه‌نامه صادر شده که برای این تعداد بیمه‌نامهٔ صادره، تعداد ۲۵۶،۲۵۶ ادعای خسارت مالی به شرکت بیمه گزارش شده است.

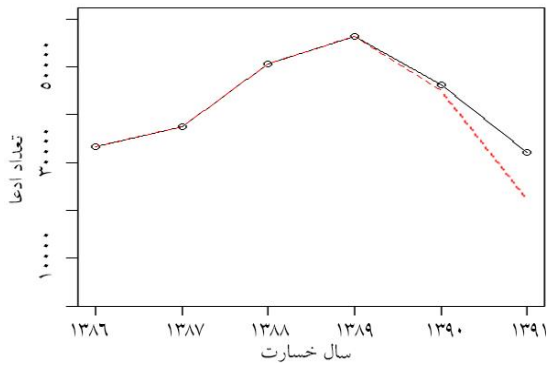
با توجه به اینکه گزارش ادعاهای خسارت برای خسارتهای مالی و جانی و همچنین فاصله‌های زمانی گزارشها، زمانهای پرداخت خسارت، فرایند پرداخت خسارت، و مقدار خسارتها برای این خسارتها متفاوت هستند، فرایند پیشگویی ذخیرهٔ خسارت معوق، باید برای آنها به صورت متفاوت از یکدیگر انجام شود. در این پژوهش، روش ذخیرهٔ خسارتهای تصادفی سطح خرد برای ادعاهای خسارتهای مالی در بیمه‌نامهٔ ثالث استفاده خواهد شد. در این شرکت بیمه ادعاها به دو صورت ثبت شده‌اند؛ ۱. ادعاهایی که با پرداخت مبلغ خسارت تسویه شده‌اند، و ۲. ادعاهایی که پرداختهایی برای خسارت داشته‌اند ولی هنوز تسویه نشده‌اند.

بیم‌رس

سطح درآمد بیم‌رس به صورت ترکیبی از مقدار بیمه‌نامه و زمان اندازه‌گیری می‌شود، که می‌توان آن را به صورت سالیانه، فصلی، و ماهیانه برآورد کرد. فرض مورد نظر در اینجا بدین صورت است که حق‌بیمه‌های ثبت‌شده در هر دوره از بیمه‌نامه به طور مساوی به تعداد روزهای آن دوره تقسیم می‌شوند. در روش سالیانه به ازای هر روز، برابر با $\frac{1}{365}$ از مقدار حق‌بیمه به میزان تعهد بیمه‌گر افزوده می‌شود. در این پژوهش این معیار به صورت ماهیانه از ۱فروردین۱۳۸۶ تا آخر اسفند۱۳۹۱، به مدت ۶ سال محاسبه شد.

ادعاها

برای محاسبات مربوط به ادعاهای خسارتهای مالی، از اطلاعات سالهای ۱۳۸۶ تا ۱۳۹۱ استفاده خواهد شد. بر این اساس، شکل ۱ نمایشگر تعداد پرونده‌های گزارش‌شده و بسته‌شده، با توجه به سال وقوع خسارت است.



شکل ۱: تعداد پرونده‌های ادعاهای خسارت (خط‌پر) وتعداد پرونده‌های بسته‌شده ادعاها (خط‌چین).

[1]. Larsen
[2]. Wüthrich and Merz
[3]. Antonio and Plat

تأخیر در زمان گزارش و تسویه‌حساب ادعاهای رخداده

برای زمان یک ادعای رخداده دو بازه در نظر گرفته می‌شود، زمان وقوع یک ادعا تا زمان دریافت گزارش آن ادعا و زمان دریافت گزارش ادعا تا زمان تسویهٔ نهایی، که این دو بازه فصل جداکننده برای مبحث ذخیرهٔ خسارتهای معوق هستند، هدف اصلی ذخیرهٔ خسارتهای معوق در این دو بازه خواهد بود. داده‌های در دسترس شامل ادعاهایی است که تا قبل از فروردین۱۳۹۲ گزارش شده‌اند، بنابراین با توجه به زمان گزارش آن، زمان رخداد خسارت نیز در دسترس است، ولی اطلاعاتی وجود دارد که خسارت مربوطه رخ داده ولی گزارش آن نرسیده است. با توجه به داده‌ها، خلاصهٔ اطلاعات تأخیر در گزارش ادعا در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱: فاصلهٔ زمانی بین رخداد خسارت تا گزارش ادعا بر حسب روز برای سال‌های ۱۳۸۶-۱۳۹۱.

	میانگین	میانه	کمترین	بیشترین	٪۵	٪۲۵	٪۷۵	٪۹۰	٪۹۵	٪۹۹
فاصلهٔ زمانی	۳/۸۱۳	۱	۰	۱۲۱۳	۰	۰	۳	۶	۸	۴۷

جدول ۱ نشان می‌هد که اکثر ادعاها در فاصلهٔ زمانی کمتر از ۸ روز بعد از رخداد خسارت گزارش شده‌اند، بنابراین در مدل‌بندی تأخیر در گزارش، این فواصل در نظر گرفته خواهد شود. جدول ۲، گزارشی مختصری از فاصلهٔ بین گزارش ادعا تا تسویهٔ نهایی است.

جدول ۲: فاصلهٔ زمانی بین گزارش ادعا تا تسویهٔ نهایی خسارت برحسب روز، از سال ۱۳۸۶-۱۳۹۱.

	میانگین	میانه	کمترین	بیشترین	٪۵	٪۲۵	٪۷۵	٪۹۰	٪۹۵	٪۹۹
فاصلهٔ زمانی	۱۰/۹۳	۲	۱	۱۵۹۶	۱	۱	۸	۲۲	۳۸	۱۴۳

پیشامدها در دورهٔ توسعهٔ ادعاها

با توجه به اطلاعات در دسترس از این شرکت، پیشامدها به دو بخش تقسیم می‌شوند؛

الف- پیشامد اینکه برای ادعای گزارش‌شده، پرداختی صورت گرفته و در زمان پرداخت خسارت، تسویهٔ نهایی نیز صورت گرفته است.

ب- پیشامد اینکه برای ادعای گزارش‌شده پرداخت یا پرداختهایی صورت گرفته ولی تسویهٔ نهایی ادعای خسارت صورت نگرفته است.

پیشامدها را می‌توان با توجه به فاصله‌های زمانی بین پرداختها و فواصل زمانی بین پرداختها برای یک ادعای خسارت در هر دورهٔ توسعه نیز طبقه‌بندی کرد. در حالت طبقه‌بندی پیشامدها، با توجه به شرایط پرداخت (تسویه، بدون تسویه) و مرحلهٔ پرداخت (اولیه و بعدی) می‌توان این طبقه‌بندی را برای فرایند توسعه در نظر گرفت.

پرداخت‌ها

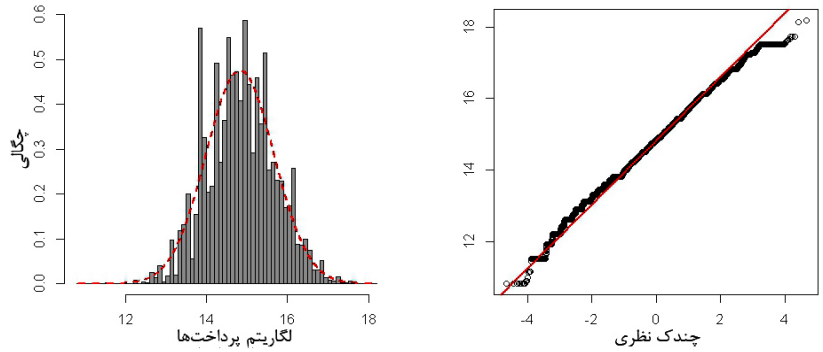
در فرایند توسعهٔ ادعاها برای پیشامدها، پرداختهایی در زمانهای متفاوت خواهیم داشت. جدول ۳، گزارشی از پرداخت ادعاهای مالی را نمایش می‌دهد.

جدول۳: خلاصهٔ گزارش آماری برای پرداخت‌های مالی برای سال‌های ۱۳۸۶-۱۳۹۱ (بر حسب هزار ریال).

	میانگین	میانه	کمترین	بیشترین	٪۵	٪۲۵	٪۷۵	٪۹۰	٪۹۹
مبلغ	۳،۹۵۵	۲،۷۸۰	۵۰	۷۹،۷۲۰	۷۵۰	۱،۵۰۰	۵،۰۰۰	۸،۵۹۵	۲۰،۰۰۰

میانگین و میانهٔ پرداختهای صورت‌گرفته به‌ترتیب ۳،۹۵۵ و ۲،۷۸۰ هزار ریال است. با استفاده از معیار اطلاع بیزی (BIC[1]) برای برازش بهترین توزیع و با استفاده از شکل ۲، توزیع لگ‌نرمال برای پرداختهای ادعاهای خسارتهای مناسب ارزیابی شد.

[1]. Bayesian Information Criterion



شکل ۲: توزیع لگ‌نرمال برازش‌داده‌شده و نمودار چندکی پرداختهای مالی با توزیع لگ‌نرمال.

برآورد اولیهٔ خسارت

با توجه به ادعای خسارتی که به بیمه‌گر گزارش می‌شود، بیمه‌گر از خسارت‌وارده برآورد اولیه می‌کند، بر این اساس خسارتهای مالی به مقادیر برآورد اولیهٔ کمتر و بیشتر از ۴۰،۰۰۰ هزار ریال طبقه‌بندی می‌شوند. در شرکتهای بیمه این طبقه‌بندی را می‌توان با توجه به دیدگاه شرکت در مورد خسارتهای زیانده طبقه‌بندی کرد. در اینجا به صورت تجربی این طبقه‌بندی خسارتها صورت گرفته است که در جدول ۴ نمایش داده شده است. این طبقه‌بندی تا حدود زیادی با مدل‌بندی اطلاعات برای هر طبقه مناسب است.

جدول ۴: طبقه‌بندی فرایند توسعهٔ ادعاها با توجه به مقدار برآورد اولیهٔ خسارت برای ادعاهای خسارت مالی.

برآورد اولیه	تعداد ادعاها	درصد	میانگین زمان تسویه	میانگین مجموع پرداخت‌ها
≤۴۰،۰۰۰	۲۵۵،۰۷۵	٪۹۹/۵	۱۰/۴۳	۴،۴۸۰،۵۸۳
۴۰،۰۰۰>	۱،۱۸۱	٪۰/۵	۲۷/۹۴	۱۱،۱۰۶،۴۷۲

مدل آماری

برای مدل‌بندی ذخیرهٔ خسارتهای تصادفی سطح خرد، از مدل معرفی‌شده توسط آریاس (۱۹۸۹) و توسعهٔ این مدل توسط آنتونیو و پلات (۲۰۱۴) استفاده خواهد شد. بر اساس این مدل از یک فرایند نقطه‌ای پواسون نشان‌دار وابسته به وضعیت برای مدل‌بندی ادعاها استفاده می‌شود.

چارچوب مدل

فرض بر این است که رخداد ادعاها تحت یک فرایند پواسون با اندازهٔ شدت $\lambda(t)$ قرار دارد و توزیع نشان مرتبط به آن $(P_{Z|t})_{t\geq 0}$ با زمان رخداد خسارت T=t است. با توجه به آریاس (۱۹۸۹) و نوربرگ (۱۹۹۳)، فرایند ادعاها یک فرایند پواسون نشان‌دار وابسته به وضعیت است که در این فرایند منظور از یک نقطه، زمان رخداد خسارت و نشان وابسته به آن نیز ترکیبی از گزارش با تأخیر و توسعهٔ ادعای مورد نظر است.

فرض می‌شود که $\{Z(t)\}_{t\geq 0}$ خانواده‌ای از عناصر تصادفی دوبه‌دو مستقل هستند که توزیع آنها به صورت $P_{Z|t}$ نشان داده می‌شود. توزیع نشان $P_{Z|t}$ با توجه به توزیع گزارش با تأخیر U، $P_{U|t}$ و توزیع فرایند توسعهٔ خسارتهای X، $P_{X|t,u}$ بیان می‌شوند. فرایند توسعهٔ ادعاها شامل زمان رخداد حادثهٔ T=t، نوع پیشامدها e و شدتهای متناظر با ادعا، λ است. برای ادعای iام، توسعهٔ آن با X_i نشان داده می‌شود که به صورت مختصرشده $(E_i(v), P_i(v))_{v\in[0,V_i]}$ است، به‌طوری که $E_i(v_{ij})=E_{ij}$ بیانگر jامین پیشامد برای ادعای iام بعد از $V_{ij}:=v_{ij}$، زمانی پس از دریافت گزارش است. همچنین اگر برای ادعای iام با توجه به پیشامد jام در زمان v_{ij} پرداختی صورت گرفته باشد، شدت مرتبط با آن با $P_i(v_{ij}):=P_{ij'}$ نشان داده می‌شود که نشان‌دهندهٔ همهٔ پرداختهای انجام‌شده در توسعهٔ ادعای موردنظر تا پیشامد j' است. درنتیجه، $P_i(v)$

بیانگر مجموع پرداختهای صورت‌گرفته برای ادعای iام پس از v واحد زمانی بعد از دریافت گزارش ادعاست. اگر تعهدات معوق در زمان تقویمی τ مورد بررسی قرار بگیرد، دراین‌صورت تعهدات IBNR، RBNS و ادعاهای تسویه‌شده به صورت زیر تعریف می‌شوند،

۱. برای ادعای IBNR: $T_i+U_i>\tau$ و $T_i<\tau$،

۲. برای ادعای RBNS: $T_i+U_i\le\tau$ و توسعهٔ ادعا برای iامین ادعا در زمان $\tau-T_i-U_i$ سانسور شده است و $\left(E_i(v),P_i(v)\right)_{v\in[0,(\tau-T_i-U_i)]}$ مشاهده شده است.

۳. برای ادعاهای تسویه‌شده: $T_i+U_i\le\tau$ و همهٔ‌پرداختهای صورت‌گرفته برای ادعا در دسترس است و $(E_i(v),P_i(v))_{v\in[0,v_i]}$ مشاهده شده است.

با توجه به توضیحات بالا در مورد فرایند پواسون مورد نظر و با توجه به کار[1] (۱۹۹۱)، اندازهٔ شدت $C=[0,\infty)\times[0,\infty)\times X$، برای $(t,u,x)\grave{o}C$ برابر با

$$\lambda(dt)\times P_{U|t}dt\times P_{X|t,u}dx,$$

است. همچنین از نوربرگ (۱۹۹۳)، توزیع شرطی گزارش با تأخیر برای خسارتهایی که در زمان t رخ می‌دهند به صورت

$$\frac{P_{U|t}(du)I_{(u\le\tau-t)}}{P_{U|t}(\tau-t)}, \qquad (۱)$$

و توزیع فرایند پرداختهای مرتبط آن با $P_{X|t,u}(dx)$ نشان داده می‌شود. در رابطهٔ (۱) تابع نشانگر برای جداکردن ادعاهای گزارش‌شده از ادعاهایی که هنوز گزارش‌نشده، قرار دارد. در این صورت فرایند ادعاهای گزارش‌شدهٔ معرفی‌شده توسط آنتونیو و پلات (۲۰۱۴)، یک فرایند پواسون با شدت

$$\underbrace{\lambda(dt)P_{U|t}(\tau-t)I_{(t\in[0,\tau])}}_{a}\cdot\underbrace{\frac{P_{U|t}(du).I_{(u\le\tau-t)}}{P_{U|t}(\tau-t)}}_{b}.\underbrace{P_{X|t,u}(dx)}_{c}$$

است که در آن قسمت (a) اندازهٔ خسارت را نشان می‌دهد و همچنین نشان مرتبط با خسارت نیز به وسیلهٔ ترکیبی از گزارش با تأخیر و فرایند توسعهٔ ادعاست که گزارش با تأخیر آن به صورت توزیع شرطی (b) و توزیع شرطی برای پرداخت ادعا (c) است که زمان رخداد خسارت و گزارش با تأخیر را معلوم می‌کند. برای این اطلاعات، مجموعهٔ ادعاهای گزارش‌شده به صورت $C^r=\{(t,u,x)|t\le\tau,t+u\le\tau\}$ و مجموعهٔ ادعاهای IBNR به صورت $C^i=\{(t,u,x)|t\le\tau,t+u>\tau\}$ نمایش داده می‌شوند. در اینجا شدت فرایند پواسون برای خسارت رخداده به این دلیل است که هدف تنها درنظرگرفتن ادعاهای گزارش شده است. فرایند ادعاهای IBNR نیز یک فرایند پواسون با اندازهٔ

$$\lambda(dt)(1-P_{U|t}(\tau-t))I_{(t\in[0,\tau])}.\frac{P_{U|t}(du).I_{(u>\tau-t)}}{1-P_{U|t}(\tau-t)}.P_{X|t,u}(dx)$$

است.

درستنمایی

برای برآورد پارامترها، از روش ماکسیمم درستنمایی استفاده می‌شود. این فرایند شامل ادعاهایی است که تا قبل از زمان تقویمی τ گزارش شده باشند. با استفاده از نتایج به‌دست‌آمده از نوربرگ (۱۹۹۳)، به شرط نامعلوم‌بودن پارامترها، اگر خسارت رخداده‌ای گزارش شده باشد، درصورتی که زمان توسعهٔ آن، زمان بعد از سال تقویمی τ مدنظر باشد، در این صورت شدت رخداد آن برابر با $w(t)\lambda(t)\left(1-P_{U|t}(\tau-t)\right)$ است. خسارتهای مشاهده‌شده با این اندازهٔ شدت رخ می‌دهند. توزیع گزارش با تأخیر ادعایی که در زمان t رخ می‌دهد به وسیلهٔ درستنمایی تعیین می‌شود. T_i^o زمان وقوع برای iامین ادعای مشاهده‌شده و U_i^o فاصلهٔ زمانی گزارش به شرکت بیمه برای ادعای مورد نظر است. همچنین X_i^o

[1]. Karr

بیانگر فرایند توسعه برای iامین ادعای مشاهده‌شده است. توزیع بخش خسارت مشاهده‌شده که در زمان t رخ می‌دهد و بعد از مدت زمان u واحد زمانی گزارش می‌شود با استفاده از ساختار شدت در توزیع P_X و به صورت $P_X^{\tau-T_i^o-U_i^o}$ نشان داده می‌شود، که درآن سانسور در توسعهٔ ادعاها بعد از $\tau-T_i^o-U_i^o$ واحد زمانی دریافت گزارش است. w(t) سطح بیم‌رس در زمان t است. بنابراین تابع درستنمایی فرایند توسعهٔ ادعاهای مشاهده‌شده به صورت

$$\Lambda(obs)\propto\left\{\prod_{i\geq1}\lambda\left(T_i^o\right)P_{U|t}\left(\tau-T_i^o\right)\right\}.\exp\left(\int_0^\tau w(t)\lambda(t)P_{U|t}(\tau-t)dt\right)$$
$$.\left\{\prod_{i\geq1}\frac{P_{U|t}\left(dU_i^o\right)}{P_{U|t}\left(\tau-T_i^o\right)}\right\}.\prod_{i\geq1}P_{X|t,u}^{\tau-T_i^o-U_i^o}\left(dX_i^o\right), \quad (۲)$$

است. می‌توان چارچوب آماری برای درستنمایی را با استفاده از ماکسیمم درستنمایی برای پیشامدهای بازگشتی چندگانه و با توجه به دو نوع نرخ خطر بسط داد. همچنین در مورد نرخ خطر نوع دوم باید این نکته را در نظر داشت که این نرخ با پرداختهایی همراه هست، بنابراین برای این پرداختها توزیع شدت باید در نظر گرفته شود، که در اینجا با P_p نشان داده می‌شود. بنابراین

$$\prod_{i\geq1}P_{(X|t,u)}^{\tau-T_i^o-U_i^o}(dX_i^o)\propto\prod_{i\geq1}\prod_j\left(h_{sep}^{\delta_{ij1}}(V_{ij}).h_p^{\delta_{ij2}}(V_{ij})\right)\times exp\left(-\int_0^{\tau_i}(h_{sep}+h_p(u))du\right)\prod_{i\geq1}\prod_{j'}P_p(dP_{ij'}). \quad (۳)$$

در رابطهٔ (۳)، δ_{ijk} تابع نشانگر برای توسعهٔ ادعای iام تحت jامین پیشامد (اولیه و بعدی) و از نوع kامین نوع پیشامد مشاهده‌شده، که مقادیر ۱ و ۲ را می‌تواند بگیرد و مقدار این تابع نشانگر درصورتی که jامین پیشامد در iامین ادعا توسعه‌یافته از نوع kام باشد، برابر ۱ است و درغیراین‌صورت مقدار ۰ را خواهد گرفت. همچنین j دربرگیرندهٔ همهٔ پیشامدهای ثبت‌شده در دورهٔ مشاهده‌شده برای iامین ادعاست، که دورهٔ مشاهده برای iامین ادعا در بازهٔ زمانی $[0,\tau_i]$ است، که در این فاصله τ_i از رابطهٔ $\tau_i=\min(\tau-T_i-U_i,V_i)$ به‌دست می‌آید و j' همهٔ پرداختهای انجام‌شده در دورهٔ توسعه برای ادعای مورد نظر را شامل می‌شود. حال با جایگذاری رابطهٔ (۳) در رابطهٔ (۲)، درستنمایی برای فرایند توسعهٔ ادعای مشاهده‌شده به صورت

$$\Lambda(obs)\propto\left\{\prod_{i\geq1}\lambda\left(T_i^o\right)P_{(U|t)\left(\tau-T_i^o\right)}\right\}.\exp\left(\int_0^\tau w(t)\lambda(t)P_{(U|t)(\tau-t)dt}\right)\left\{\prod_{i\geq1}\frac{P_{U|t}\left(dU_i^o\right).I_{(u\leq\tau-t)}}{P_{U|t}(\tau-t)}\right\}$$
$$.\prod_{i\geq1}\prod_j\left(h_{sep}^{\delta_{ij1}}(V_{ij}).h_p^{\delta_{ij2}}(V_{ij})\right)exp\left(-\int_0^{\tau_i}(h_{sep}(u)+h_p(u))du\right).\prod_{i\geq1}\prod_{j'}P_p\left(dP_{ij'}\right), \quad (۴)$$

به دست می‌آید. با توجه به هاستراپ و آریاس (۱۹۹۶) و اینکه داده‌های گم‌شده از توزیع پواسونی پیروی می‌کنند که شدت آن برابر با $w(t)\lambda(t)\left(1-P_{U|t}(\tau-t)\right)$ است، تابع درستنمایی فرایند توسعهٔ ادعاها برای داده‌های گم‌شده را مشابه رابطهٔ (۴) می‌توان نوشت. بنابراین با توجه به استقلال بین داده‌های مشاهده‌شده و گم‌شده، درستنمایی برای این مجموعه داده‌ها را می‌توان به صورت ترکیبی از این دو درستنمایی بیان کرد.

فرضیه‌های توزیع

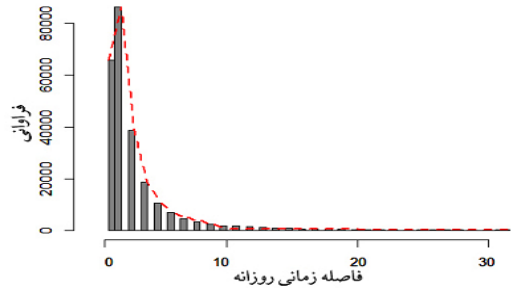
در این بخش تابع درستنمایی رابطهٔ (۴) و فرضیه‌های لازم دربارهٔ اجزای توسعهٔ یک ادعا بررسی و بر روی تک‌تک اجزای این فرمول بحث خواهد شد. با توجه به ماهیت برآورد تعهدات خسارتها توسط بیمه‌گر، برای محاسبهٔ این تعهدات و ذخیرهٔ خسارت معوق در سطح خرد، نیاز است که تک‌تک اجزای توسعهٔ ادعاها و فرضیه‌های مربوط به هر یک از بلوکها در فرایند توسعه بررسی شود.

فرایند گزارش با تأخیر

برای بررسی توزیع داده‌های مربوط به فاصلهٔ زمانی گزارش با تأخیر از برازش توزیعهای بقا بر روی این مجموعه‌داده‌ها استفاده شده است. از آنجایی که بیشترین زمانهای گزارش با تأخیر در ۸ روز اول بعد از رخداد خسارت است، بنابراین ترکیبی از توزیع لگ‌نرمال با ۹ جزء تباهیده متناظر برای گزارشات با تأخیر در ۸ روز اول بعد از رخداد خسارت استفاده خواهد شد. درنتیجه، تابع چگالی آن به صورت

$$\sum_{k=0}^{8} p_k I_{\{k\}}(u) + \left(1 - \sum_{k=0}^{8} p_k\right) f_{U|u>8}(u),$$

به دست خواهد آمد. همچنین برای برآورد پارامترهای تابع چگالی بالا، از روش الگوریتم EM استفاده می‌شود، که در این رابطه پارامترهای نقاط تباهیده از مشاهده‌های تجربی اطلاعات به دست آمده‌اند که در آن $\sum_{k=0}^{8} p_k = 1$ است. شکل ۳ برازش توزیع داده‌های مشاهده‌شدهٔ فاصلهٔ روزهای تأخیر در گزارش را نشان می‌دهد.



شکل ۳: بافت‌نگار توزیع آمیختهٔ برازش‌داده‌شده برای تأخیر در گزارش ادعاهای مالی (برحسب روز).

فرایند رخداد خسارت

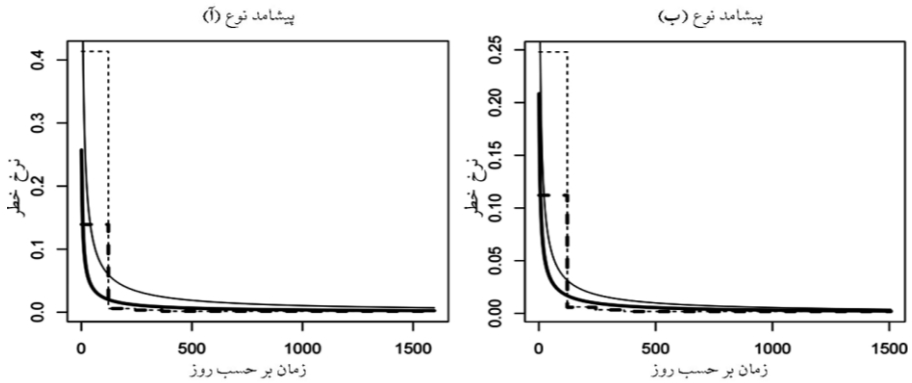
به منظور بهینه‌سازی $\lambda(t)$، از مشخص‌سازی ثابت تکه‌ای استفاده خواهد شد تا با استفاده از آن نرخ رخداد به دست آید. برای این منظور $\lambda(t)$ به صورت تکه‌های ثابتی در داخل بازه‌های ماهیانه در نظر گرفته خواهد شد، در این صورت به ازای $l = 1,2,3,\dots,m$ ، $d_0 = 0$ و $d_{l-1} \le t < d_l$، $\tau\dot{o}\left[d_{m-1}, d_m\right)$ است و $w(t) := w_l$ در نظر گرفته می‌شود. با استفاده از تابع نشانگر $\delta_1(l, t_i)$ برای فاصله‌های $[d_{l-1}, d_l)$، که در آن t_i زمان رخداد خسارت برای ادعای iام است، تعداد ادعاهای مشاهده‌شده برای هر یک از این فاصله‌ها برابر با $N_{oc}(l) := \sum_i \delta_1(l, t_i)$ است. برآورد ماکسیمم درستنمایی $\widehat{\lambda_l}$ به صورت $\widehat{\lambda_l} = \frac{N_{oc}(l)}{w_l \int_{d_{l-1}}^{d_l} P_{U|t}(\tau - t)dt}$ حاصل می‌شود. محاسبات انجام‌شده را می‌توان تحت عنوان داده‌های گم‌شده (ادعاهای IBNR) و با $\widehat{\lambda_l} = \frac{N_{\mathrm{IBNR}}(l)}{w_l \int_{d_{l-1}}^{d_l} P_{U|t}(\tau - t)dt}$ به دست آورد.

فرایند توسعهٔ ادعاها

مشابه حالت گزارش با تأخیر، توزیعهای مشابه را می‌توان برای هر نوع از پیشامدهای دیگر در فرایند توسعه به کار برد. روش دیگر استفاده از مشخص‌سازی نرخهای خطر است، که تحت این روش برای نرخ خطر برای دو نوع پیشامد معرفی‌شده در بخش ۳-۴ به صورت

$$h_{\{sep,p\}}(t) = \begin{cases} h_{\{sep,p\},1}\ , & 0 \le t < a_1 \\ h_{\{sep,p\},2}\ , & a_1 \le t < a_2 \\ \dots\ , & \dots \\ h_{\{sep,p\},q}\ , & a_{q-1} \le t < a_q \end{cases}$$

است، که در آن se و sep به‌ترتیب نشان‌دهندهٔ پیشامد نوع الف وپیشامد نوع ب است. استفاده از توزیع لگ‌نرمال در مقایسه با روش مشخص‌سازی ثابت تکه‌ای نتیجهٔ تقریباً یکسانی را خواهد داشت، شکل ۴ مقایسهٔ این دو روش را نمایش می‌دهد.



شکل ۴: برآوردهای نرخ خطر برای فرایند توسعهٔ ادعاها با روش نرخ خطر ثابت تکه‌ای (خط‌چین) و نرخ خطر توزیع لگ‌نرمال (خط‌پر) برای پیشامدهای نوع آ و ب با توجه نوع پیشامد اولیه(خطوط باریک) یا بعدی (پررنگ).

در ادامه برای محاسبات مربوط به برآورد فرایند توسعهٔ ادعاها از روش مشخص‌سازی استفاده می‌شود. برای خسارتهای مالی، نرخ خطر در بازه‌هایی به طول ۴ماه، یعنی به صورت [۰و۴)، [۴و۸)، [۸و۱۲) و بیشتر از ۱۲ ماه در نظر گرفته شده است. از طرف دیگر، با توجه به اینکه یک ادعای خسارت با پیشامدی که قرار دارد (نوع اول و دوم) و با توجه به نوع پیشامدها به دو دسته تقسیم‌بندی می‌شوند. بر این اساس، این پیشامدها به دو دستهٔ پیشامدهای اولیه و پیشامدهای بعدی مجزا شده‌اند.

طبقه‌بندی پرداخت‌های خسارت

از آنجایی که پیشامدها با پرداخت‌هایی همراه هستند، درنتیجه برای پرداختهای انجام‌شده نیاز به فرضیه‌هایی است. وقتی که دسته‌بندی ذخیرهٔ اولیه و سال توسعه به‌عنوان متغیر تصادفی کمکی در نظر گرفته شود، برازش مدل نتیجهٔ بهتری را نشان خواهد داد. با برازش توزیعهای بقا و مقایسهٔ آنها برای برآورد بهترین توزیع برازش‌داده‌شده، توزیع لگ‌نرمال، برازش بهتری نسبت به توزیعهای دیگر داشت. اطلاعات میانگین و انحراف معیار از توزیع لگ‌نرمال برای مشاهده‌ی iام به‌صورت $\mu_i = \sum_r \sum_s \mu_{r,s} I_{DY_i=s} I_{i\in r}$ و $\sigma_i = \sum_r \sum_s \sigma_{r,s} I_{DY_i=s} I_{i\in r}$ است، به‌طوری که در این روابط r طبقهٔ ذخیرهٔ اولیه و DY_i سال توسعهٔ مرتبط با ادعای iام، $I_{DY_i=s}$، تابع نشانگر برای سال توسعهٔ DY_i در سال s و $I_{i\in r}$ تابع نشانگر برای ادعای iام است که در طبقه‌بندی rام قرار گرفته باشد. در جدول ۵ در طبقه‌بندی تعداد پرداختها، برای برآورد اولیهٔ خسارت دو طبقه و برای سال توسعهٔ ادعاها شش طبقه در نظر گرفته شده است.

جدول ۵: طبقه‌بندی با برآورد اولیه و سال توسعه برای تعداد پرداخت‌های صورت‌گرفته.

برآورد اولیهٔ خسارت	۱	۲	۳	۴	۵	۶
≤۴۰،۰۰۰	۳۰۰۳۴۲	۷۳۹۰	۲۶۴	۴۴	۱۴	۰
۴۰،۰۰۰<	۳۱۴۴	۸۱	۶	۳	۰	۰

شبیه‌سازی و پیشگویی نقدینگی آتی

در پیشگویی ذخیره برای ادعاهای IBNR، ابتدا باید زمان گزارش ادعا و زمان رخداد خسارت معلوم باشد، بنابراین در ابتدا این زمانها باید پیش‌بینی شوند.

پیشگویی ادعاهای IBNR

همان‌طور که قبلاً در مورد این ادعاها بحث شد، در ادعاهای IBNR، اگر T_i نشانگر زمان رخداد ادعای iام و U_i نیز نشانگر زمان گزارش با تأخیر برای این ادعا باشد، دراین‌صورت $T_i + U_i > \tau$ خواهد بود و برای این نوع ادعاها T_iها برای شرکت بیمه نامعلوم خواهد بود. فرایند پیشگویی برای ادعاهای IBNR به صورت زیر خواهد بود؛

الف. شبیه‌سازی تعداد ادعاهای IBNR در بازهٔ $[\mathbf{0}, \boldsymbol{\tau})$ و زمانهای هریک از ادعاها

ادعاهای IBNR به وسیلهٔ فرایند پواسون ناهمگن با شدت $w(t)\lambda(t)\left(1-P_{U|t}(\tau-t)\right)$ رخ می‌دهند. از طرفی λ از تکه‌های ثابت تشکیل می‌شود، درنتیجه با توجه به خصوصیت و تعریف فرایندهای پواسون ناهمگن، به ازای هر $d_{l-1} \le t_i < d_l$ و $\lambda_l = \lambda(t)$،

$$N_{IBNR}(l) \sim Poisson\left(\lambda_l w_l \int_{d_{l-1}}^{d_l} (1-P_{U|t}(\tau-t))dt\right).$$

در رابطهٔ فوق، $N_{IBNR}(l)$ تعداد ادعاهای IBNR در بازهٔ زمانی $[d_{l-1}\ d_l)$ است. با داشتن تعداد ادعاها برای خسارتهای IBNR یعنی n_{IBNR} برای هر بازه و فاصلهٔ زمانی، با استفاده از شبیه‌سازی این نتیجه حاصل خواهد شد، زمانهای رخداد خسارتها نیز به طور یکنواخت در فاصلهٔ زمانی $[d_{l-1}\ d_l)$ توزیع شده است. برای به دست آوردن زمانهای رخداد خسارت، به تعداد خسارتهای پیشگویی‌شدهٔ IBNR برای بازهٔ lام و با استفاده از توزیع یکنواخت در بازهٔ $[d_{l-1}\ d_l)$، زمانهای رخداد خسارتها پیشگویی می‌شوند.

ب. شبیه‌سازی فاصلهٔ زمانی گزارش با تأخیر برای هر یک از ادعاهای IBNR

با انجام شبیه‌سازی برای زمانهای رخداد t_i برای هر خسارت می‌توان زمانهای گزارش با تأخیر را به وسیلهٔ معکوس‌کردن توزیع احتمال آن، به صورت

$$P\left(U \le u | U > \tau - t_i\right) = \frac{P(\tau - t_i < U \le u)}{1 - P\left(U \le \tau - t_i\right)},$$

به دست آورد. در فاصله‌های زمانی تأخیر گزارشها باید توجه شود که $U_i \le \tau - t_i$ است.

پ. شبیه‌سازی طبقه‌بندی ذخیرهٔ اولیه

تابع چگالی احتمال برای ذخیرهٔ اولیه برای هریک از طبقه‌بندیها به صورت درصدهای از مشاهدات تجربی بیمه‌نامه‌ها در هر یک از طبقه‌بندی ذخیرهٔ اولیه است. برای شبیه‌سازی طبقهٔ برآورد خسارت اولیه، با توجه به اینکه برای ادعاهای خسارت مالی دو دسته در نظر گرفته شد، با انتخاب تصادفی مقدار احتمال، از توزیع یکنواخت در بازهٔ (۰،۱) استفاده و برای به دست آوردن درصد هر طبقه از مقدار احتمال نشان داده‌شده در جدول ۴ استفاده خواهیم کرد. ادامهٔ فرایند شبیه‌سازی پرداخت خسارتها برای ادعاهای IBNR مشابه فرایند شبیه‌سازی پرداخت خسارتها برای ادعاهای RBNS است.

پیشگویی ادعاهای RBNS

برای پیشگویی نقدینگی برای ادعاهای RBNS، در ابتدا با توجه به ماهیت این نوع ادعاها باید مراحل زیر را در نظر گرفت.

ت. شبیه‌سازی زمان دقیق پیشامد آتی

در ادعاهای RBNS، زمان سانسور c_i برای ادعای iام معلوم است. این زمان برای ادعاهای نوع IBNR با $c_i = 0$ نشان داده می‌شود. در مورد زمان سانسور برای ادعاهای RBNS این زمان برابر با $c_i = \tau - T_i - U_i$ است، همچنین زمان پیشامد بعدی را با $v_{i,next}$ نشان می‌دهیم و در هر زمان بعد از زمان c_i ($v_{i,next} > c_i$) رخ می‌دهد. برای شبیه‌سازی زمان دقیق پیشامد بعدی نیاز به استفاده از وارون‌سازی است، که تحت این روش p به صورت تصادفی از توزیع یکنواخت در بازهٔ (۰،۱) انتخاب می‌شود که

$$P\left(V \le v_{i,next} \mid v > c_i\right) = \frac{P\left(c_i < V \le v_{i,next}\right)}{1 - P\left(V \le c_i\right)} = p. \quad (۵)$$

با استفاده از رابطهٔ بین نرخ خطر و تابع چگالی تجمعی

$$P\left(V \le v_{i,next}\right) = 1 - \exp\left(-\int_0^{v_{i,next}} \sum_e h_e^f(t)\,dt\right), \quad (۶)$$

است که در این رابطه $e \in \{sep, p\}$ است. برای این منظور از روش نرخ خطر لگ‌نرمال برای پیشگویی زمان دقیق پیشامد آتی استفاده می‌کنیم، استفاده از هر دو روش نتیجهٔ مشابهی دارد. برای این منظور از معکوس احتمال در رابطهٔ (۵) و به‌کاربردن رابطهٔ (۶) در آن برای به دست آوردن $v_{i,next}$ استفاده شد و نرخ خطر با توجه به نوع پیشامد (پیشامد نوع الف و نوع ب) و پیشامدهای اولیه و پیشامدهای بعدی در نظر گرفته شده است. در پیشگویی زمان دقیق باید به این نکته توجه شود که با توجه به تعداد پرداخت و نوع پیشامد پرداخت، نرخ خطر نیز متفاوت است.

ث. شبیه‌سازی نوع پیشامد

با داشتن زمان پیشامد آتی، برای به دست آوردن نوع پیشامد از شبیه‌سازی به صورت

$$\lim_{\Delta v \to 0} P\left(E = e \mid v \le V < v + \Delta v\right) = \frac{h_e(v)}{\sum_e h_e(v)},$$

استفاده خواهد شد، که در آن $e \in \{sep, p\}$ است. با استفاده از یک احتمال در بازهٔ (۰،۱) می‌توان این پیشگویی را انجام داد. برای شبیه‌سازی نوع پیشامد در محاسبات نرخ خطر از لگ‌نرمال استفاده می‌شود، همچنین اگر N_v تعداد پرداختهای صورت‌گرفته در بازهٔ زمانی $[0, v)$ و T_v زمان آخرین پرداخت باشند، در این صورت نرخ خطر برای پیشامدها با توجه به نوع اولیه و نوع بعدی (دوم)، به صورت

$$h_e = \begin{cases} h_e^0, & N_v = 0 \\ h_e^1, & N_v > 0 \end{cases},$$

برآورد می‌شود.

ج. شبیه‌سازی پرداخت مرتبط

با داشتن اطلاعات مربوط به متغیر تصادفی کمکی برای ادعای iام، پرداخت انجام‌شده را می‌توان از توزیع لگ‌نرمال مناسب به دست آورد. برای شبیه‌سازی پرداخت خسارتها از طبقه‌بندی بر اساس برآورد اولیهٔ خسارت و سال توسعهٔ خسارت برای هر یک از ادعاها استفاده می‌شود. بر این اساس با توجه به دسته‌بندی خسارت اولیه و سال توسعهٔ خسارت برای ادعای iام و با استفاده از توزیع لگ‌نرمال با پارامترهایی که از اطلاعات پیشین به دست آورده شده است، مقدار پرداختهای صورت‌گرفته برای هر ادعا شبیه‌سازی می‌شود.

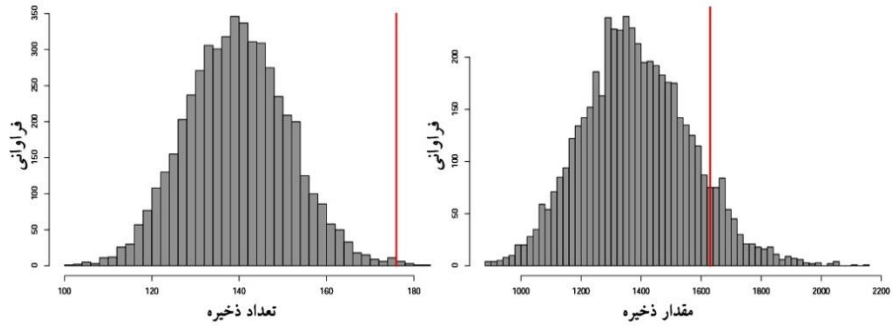
چ. توقف یا ادامهٔ فرایند

این مرحله نیز بستگی به نوع پیشامد شبیه‌سازی‌شده در قسمت (ث) دارد، توقف فرایند فقط در مورد پیشامدهایی که در آنها تسویهٔ حساب نهایی صورت گرفته است وجود دارد، و در نوع دیگر ادامهٔ فرایند خواهد بود.

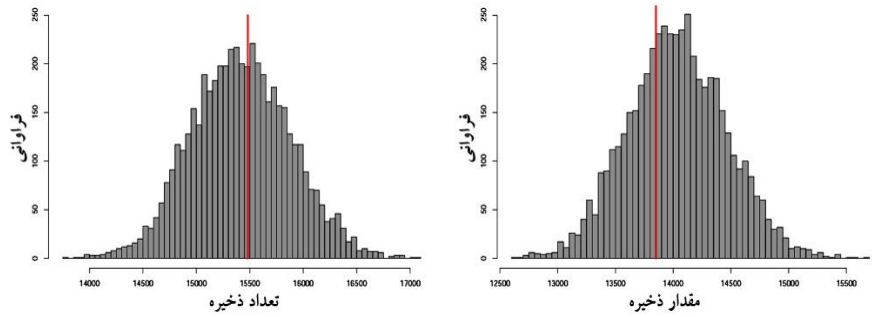
نتایج عددی

با توجه به فرایند شبیه‌سازی برای پیشگویی خسارت تصادفی در سطح خرد، برای افزایش دقت، تعداد ۵۰۰۰ بار شبیه‌سازی بر روی فرایند ذخیرهٔ خسارت به دست آمده از روش سطح خرد انجام شد. با توجه به اینکه اطلاعات مربوط به فرایند خسارت از ۱فروردین۱۳۸۶ تا انتهای

اسفند۱۳۹۱ در دسترس بود، برای برآورد خسارت معوق برای سالهای آتی، خسارت معوقها را برای ۱فروردین۱۳۹۲ به بعد محاسبه کردیم. بر این اساس، مقادیر به دست آمده با استفاده از توزیع پواسون برای تعداد ادعاهای خسارت IBNR و پارامترهای برآوردشده، تعداد کل ادعاها و مقدار ذخیرهٔ مورد نیاز برای آنها در سال ۱۳۹۲ به صورت شکل ۵ شبیه‌سازی شد. با توجه به اینکه تعداد ادعاهای برآوردشده تعداد زیادی نیست، وجود اختلاف برای ادعاهای IBNR نمی‌تواند در محاسبات ادعاهای خسارتهای آتی مشکلی ایجاد کند. شکل ۶ نمایشی از خسارتهای تصادفی پرداختی شبیه‌سازی‌شده برای ادعاهای خسارت کل در سال ۱۳۹۲ برحسب میلیون ریال را نمایش می‌دهد.

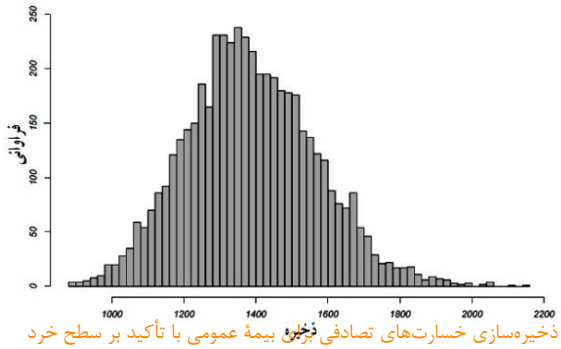


شکل ۵: تعداد و مقدار ذخیره ادعاهای IBNR در سال ۱۳۹۲ و خط عمودی نشانگر مقدار واقعی است.



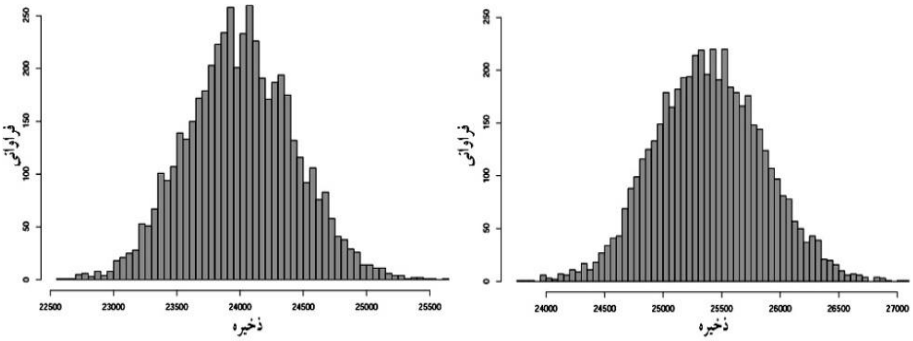
شکل ۶: خسارت‌های پرداختی شبیه‌سازی شده برای RBNS (سمت چپ) و کل تعهدات (سمت راست) در سال ۱۳۹۲ برحسب میلیون ریال، خط عمودی بیانگر مقدار واقعی پرداخت‌های صورت گرفته است.

شکل ۷، پیشگویی خسارت‌های تصادفی سطح خرد برای ادعاهای خسارت رخداده، در سال‌های آتی برای ادعای خسارت‌های تصادفی مربوط به ادعاهای IBNR است.



شکل ۷: خسارت‌های تصادفی پرداختی شبیه‌سازی‌شده برای ادعاهای خسارت IBNR بر حسب میلیون ریال.

شبیه‌سازی ذخیرهٔ خسارت‌های تصادفی سطح خرد برای ادعاهای RBNS به صورت شکل ۸ است.



شکل ۸: ذخیرهٔ خسارت شبیه‌سازی‌شده RBNS (چپ) و ادعاهای خسارت کل (راست).

با استفاده از این مقادیر شبیه‌سازی‌شده، مقدار مورد انتظار برای هر یک از ذخایر و ذخیرهٔ کل شبیه‌سازی شده است. جدول ۶ خلاصهٔ اطلاعات ذخیرهٔ خسارت ادعاهای تصادفی برای سال ۱۳۹۲را با توجه به روش برآورد ذخیرهٔ سطح خرد و مقدار واقعی نشان می‌دهد. همچنین بر طبق این جدول، ذخیرهٔ کل مدل سطح خرد با مقدار واقعی اختلاف زیادی ندارد و می‌توان آن را به‌عنوان یک برآورد مناسب برای ذخیرهٔ خسارت تصادفی برای سال ۱۳۹۲ به حساب آورد.

جدول۶: مقادیر مورد انتظار برای برآورد ادعاهای خسارت معوق کل بر حسب میلیون ریال.

روش	IBNRتعداد	IBNRذخیرهٔ	RBNSذخیرهٔ	ذخیرهٔ کل
سطح خرد	۱۴۰	۱۳۸۶	۱۴۰۳۳	۱۵۴۱۹
مقدار واقعی	۱۷۶	۱۶۳۰	۱۳۸۵۱	۱۵۴۸۱

نتایج و بحث

جمع‌بندی و پیشنهادها

همان‌طور که آنتونیو و پلات (۲۰۱۴) نشان دادند، روش سطح خرد به‌مراتب نتایج بهتری نسبت به سایر روشهای برآورد ذخیرهٔ خسارت از جمله روش نردبان زنجیره‌ای، روش لگ‌نرمال، و روش پواسون بیش‌پراکنده دارد. با داده‌های ایران نیز مشاهده شد که برآورد با استفاده از روش سطح خرد برای سال ۱۳۹۲ با مقادیر واقعی ذخیرهٔ خسارت مورد نیاز برای سال ۱۳۹۲ اختلاف ناچیزی دارد و می‌توان از این روش به‌عنوان روشی مناسب برای برآورد ذخیرهٔ خسارت تصادفی استفاده کرد.در روش سطح خرد امکان افزایش دقت برآورد ذخیرهٔ خسارت وجود دارد، برای این کار از متغیرهای کمکی در طبقه‌بندی پرداختها می‌توان استفاده کرد. همچنین با توجه به اینکه در برآورد این ذخایر امکان دسترسی به زمانهای احتمالی پرداختهای خسارت وجود دارد، با استفاده از این زمانها می‌توان مقادیر ذخیره را برای هر بازه‌ای به‌دست آورد. با توجه به اینکه در روش سطح خرد و بیشتر روشهای ذخیرهٔ خسارت، به عامل تأثیرگذار تورم توجهی نشده است و از آنجایی که در کشور ما، تورم یک عامل تأثیرگذار بر روند پرداختها و برآورد ذخیرهٔ خسارتهای معوق است، بایستی این عامل در برآوردها مدنظر گرفته شود. برای این تأثیرگذاری بهتر است طبقه‌بندی بر اساس تورم در ذخیرهٔ خسارت مدنظر قرار گیرد. با توجه به نیازهای روزافزون شرکتها در به‌کارگیری از سیستمهای هوش تجاری[۱] برای نمایش اطلاعات و حسابهای مالی خود، استفاده از روش سطح خرد می‌تواند کاربردی بهتری از سایر روشهای ذخیرهٔ خسارت در این سیستمها را داشته باشد. از آنجایی که در سیستمهای هوش تجاری نمایش اطلاعات به صورت روزانه و اطلاعات در بازه‌های زمانی مختلف کاربرد زیادی دارد و نمایش اطلاعات ریز بر اساس استانها و شعبه‌ها، زمانهای مختلف گزارش‌گیری، برآورد ذخایر در فواصل

[۱]. Business Intelligence

زمانی مختلف اهمیت خاصی دارد، بنابراین روش سطح خرد را می‌توان یکی از بهترین روشهای ذخیرهٔ خسارتهای تصادفی برای استفاده در این سیستمها به حساب آورد.

منابع و ماخذ

Antonio, K.; Plat, R., (2014). Micro-level stochastic loss reserving for general insurance. Scandinavian Actuarial Journal, 2014(7), pp. 649-669.

Arjas, E., (1989). The claims reserving problem in non-life insurance: Some structural ideas. Astin Bulletin,19(2), pp. 139-152.

England, P.D.; Verrall, R.J., (2002). Stochastic claims reserving in general insurance. British Actuarial Journal, 8(03), pp. 443-518.

Haastrup, S.; Arjas, E., (1996). Claims reserving in continuous time; a nonparametric Bayesian approach. Astin Bulletin, 26(02), pp. 139-164.

Karr, A., (1991). Point processes and their statistical inference. CRC press.

Kunkler, M., (2004). Modelling zeros in stochastic reserving models. Insurance: Mathematics and Economics, 34(1), pp. 23-35.

Larsen, C.R., (2007). An individual claims reserving model. Astin Bulletin, 37(1), pp. 113-132.

Liu, H.; Verrall, R., (2009). Predictive distributions for reserves which separate true IBNR and IBNER claims. Astin Bulletin, 39(01), pp. 35-60.

Norberg, R., (1993). Prediction of outstanding liabilities in non-life insurance. Astin Bulletin, 23(01), pp. 95-115.

Norberg, R., (1999). Prediction of outstanding liabilities II. Model variations and extensions. Astin Bulletin, 29(01), pp. 5-25.

Schnieper, R., (1991). Separating true IBNR and IBNER claims. Astin bulletin, 21(01), pp. 111-127.

Taylor, G.; McGuire, G.; Sullivan, J., (2008). Individual claim loss reserving conditioned by case estimates. Annals of Actuarial Science, 3(1-2), pp. 215-256.

Wüthrich, M.V.; Merz, M., (2008). Stochastic claims reserving methods in insurance (Vol. 435). John Wiley & Sons.