Iran J. Insur. Res., 4(4): 412-425, Autumn 2014, Serial #14

Iranian Journal of Insurance Research
(IJIR)
Homepage: https://ijir.irc.ac.ir/?lang=en

Insurance Research Center (IRC)

ORIGINAL RESEARCH PAPER

Aggregation of underwriting risks in insurance industry of Iran using copulas (hierarchical archimedean copulas approach)

M. Mirbagheri Jam [1,*], M.N. Shahiki Tash [1], Gh. Zamanian [1], A. Safari [2]

[1] *Department of Economic Sciences, Faculty of Management and Economics, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran*

[2] *Department of Insurance Research Institute, Tehran, Iran*

ARTICLE INFO

Article History
Received: 16 February 2015
Revised: 06 November 2015
Accepted: 15 February 2016

Keywords
Copulas; Dependency structur; Hierarchical archimedean copulas; Insurance; Risk aggregation; Underwriting risk.

ABSTRACT

In this research, underwriting risks of insurance industry aggregated with two different approaches; they are simultaneous aggregation with elliptical copulas and Archimedean copulas and hierarchical aggregation with Hierarchical Archimedean Copulas (HAC). And thus the required capital for insurance industry has been determined. Obtained results in the modeling dependency structure and aggregation of the underwriting risks using the data of loss ratio during ۱۹۷۵-۲۰۱۳ shows that, due to the different type of dependency structures of underwriting risks, the estimation of the minimum capital required across different approaches and copulas used are different from each other. Calculation of solvency required capital under the standard model of Directive No. ٦٩ of Central Insurance Company to cover underwriting risks of insurance industry is ۹٦،۹٤۳،۳۹۱ million Rials, using real data of the year ۲۰۱۳.However, estimated required capital with the risk measure VaR at ۹٥٪ level of confidence is less than this amount, using elliptical copulas at first approach and using Clayton and Joey copulas at both approaches. Thus one may conclude that using these types of copulas to determine the required capital of insurance firms leads to overestimating the solvency of firms compared to what is estimated using standard simple and linear aggregation methods models.

***Corresponding Author:**
Email: *Mohammad.mirbagherijam@gmail.com*
DOI: ۱۰,۲۲۰٥٦/ijir.۲۰۱٤.۰٤,۰۲

نشریه علمی پژوهشنامه بیمه دوره ۴، شماره ۴، پاییز ۱۳۹۴، شماره پیاپی ۱۴، ص ۴۱۲-۴۲۵

نشریه علمی پژوهشنامه بیمه

سایت نشریه: https://ijir.irc.ac.ir/?lang=fa

مقاله علمی

تجمیع ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه ایران با استفاده از توابع مفصل (رویکرد توابع مفصل ارشمیدسی سلسله مراتبی)

محمد میرباقری جم[۱،*]، محمدنبی شهیکی تاش[۱]، غلامرضا زمانیان[۱]، امیر صفری[۲]

[۱]گروه علوم اقتصادی، دانشکده مدیریت و اقتصاد، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران

[۲]گروه پژوهشکده بیمه، تهران، ایران

اطلاعات مقاله

تاریخ دریافت: ۲۷ بهمن ۱۳۹۳

تاریخ داوری: ۱۵ آبان ۱۳۹۴

تاریخ پذیرش: ۲۶ بهمن ۱۳۹۴

کلمات کلیدی

توابع مفصل

توابع مفصل ارشمیدسی سلسله مراتبی

تجمیع ریسک‌ها

ریسک بیمه‌گری

ساختار وابستگی

چکیده:

در این تحقیق ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه با دو رویکرد متفاوت، تجمیع همزمان با توابع مفصل بیضوی و ارشمیدسی و تجمیع سلسله مراتبی با توابع مفصل ارشمیدسی سلسله مراتبی (HAC)، انجام شده و براین اساس حداقل سرمایه لازم برای صنعت بیمه برآورد شده است. نتایج تجمیع و مدلسازی ساختار وابستگی ریسک‌های بیمه‌گری با داده‌های ضریب خسارت طی سالهای ۱۳۹۲-۱۳۵۴ نشان میدهد که به علت تفاوت نوع ساختار وابستگی، حداقل سرمایه لازم برآورد شده با رویکردها و توابع مفصل مختلف، متفاوت از هم است. حداقل سرمایه لازم جهت پوشش ریسک بیمه‌گری صنعت بیمه با مدل استاندارد آیین نامه ۶۹ بیمه مرکزی و با داده‌های سال ۱۳۹۲ حدود ۹۶،۹۴۳،۳۹۱ میلیون ریال محاسبه شده است؛ در حالیکه حداقل سرمایه برآورد شده با سنجه ریسک ارزش در معرض خطر (VaR) در سطح اطمینان ۹۵ درصد با توابع مفصل بیضوی در رویکرد تجمیع همزمان و با توابع مفصل کلایتون و جوی در هر دو رویکرد کمتر از این مقدار است؛ بنابراین میتوان نتیجه گرفت که استفاده از این توابع مفصل در تعیین حداقل سرمایه لازم، توانگری موسسات بیمه را بیشتر از حد برآورد شده با روش تجمیع ساده و خطی مدل استاندارد نشان خواهد داد.

***نویسنده مسئول:**

ایمیل: *Mohammad.mirbagherijam@gmail.com*

DOI: ۱۰,۲۲۰۵٦/ijir.۲۰۱٤.۰٤,۰۲

مقدمه

«بیمه‌گری» و «سرمایه‌گذاری» به عنوان دو نوع فعالیت عمده و مرتبط به هم در موسسات بیمه مطرح است. فعالیت‌های بیمه‌گری مربوط به صدور بیمه‌نامه‌ها و قبول تعهد پرداخت خسارت به مشتریان در قبال دریافت حق بیمه از آنها است. فعالیت‌های سرمایه‌گذاری نیز مربوط به سرمایه‌گذاری (مازاد) وجوه دریافتی از بیمه‌گذاران (مشتریان) است. در فعالیت‌های بیمه‌گری موسسات بیمه، موضوع تجمیع ریسک‌ها و یا به عبارت دیگر تخمین دقیق توزیع توأم ریسک‌ها بسیار مهم است. چونکه این موسسات در فعالیت‌های خود با ریسک‌های بسیار زیادی مواجه هستند[۱] و ماهیت ریسکی فعالیت‌های بیمه‌گری آنها باعث شده تا تجمیع ریسک‌ها در موسسات بیمه جهت قیمت‌گذاری صحیح بیمه‌نامه‌ها، تعیین میزان نگهداری ذخایر فنی[۲] و ارزیابی توانگری مالی و دیگر تصمیمات مهم موسسات بسیار با اهمیت جلوه نماید.

ماهیت ریسکی فعالیت موسسات بیمه باعث شده تا نتوان ارزش ریالی دارائیها و بدهیهای موسسات بیمه را به صورت قطعی معین کرد؛ و ممکن است ارزش ریالی داراییها و بدهیهای آن هر یک دارای توزیع آماری خاص خود باشند. بنابراین فرض کنید تحت نگاشت $\rho(\cdot)$ اندازه ریالی دارائیها و بدهیهای ریسکی در سطح اطمینان α به ترتیب به صورت $\rho(A_X)$ و $\rho(L_X)$ بدست آید[۳]؛ آنگاه شرط توانگری مالی موسسه بیمه ایجاب میکند که در هر دوره اندازه ریالی دارائیهای ریسکی بزرگتر از اندازه ریالی بدهیهای ریسکی باشد، یعنی $\rho(A_X) > \rho(L_X)$. عبارت $K_\alpha(X) = \rho(A_X) - \rho(L_X)$ را حاشیه توانگری مالی[۴] یا سرمایه لازم[۵] گویند و این عبارت یک مفهوم کلی است که از آن میتوان در تعریف حداقل سرمایه مورد نیاز از نگاه دستگاه نظارتی، یا در تعریف سرمایه اقتصادی و یا رتبه‌بندی موسسات بیمه استفاده کرد.

بنابراین با توجه به اهمیتی که تجمیع ریسک‌ها در تصمیم‌های مهم موسسات بیمه دارد، در این تحقیق ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه کشور، به عنوان یک موسسه بیمه فرضی بزرگ و فعال در همه رشته فعالیت‌های بیمه‌ای با توابع مفصل و با دو رویکرد متفاوت تجمیع می‌شود. در رویکرد اول از توابع مفصل بیضوی و ارشمیدسی استفاده شده و ریسک‌های بیمه‌گری همزمان تجمیع میشوند؛ در رویکرد دوم تجمیع ریسک‌ها سلسله مراتبی و با توابع مفصل ارشمیدسی سلسله مراتبی[۶] (HAC)، انجام می‌شود. استفاده از توابع مفصل در تجمیع ریسک‌ها در مقایسه با روش ساده و خطی تجمیع دارای چندین مزیت است. اول اینکه در تجمیع ریسک با توابع مفصل، طبق قضیه بنیادی اسکولار[۷] (۱۹۵۹) میتوان ساختار و اندازه وابستگی بین ریسک‌ها براساس توزیع حاشیه‌ای هریک از آنها تعیین کرد. دوم، با تعیین توزیع توأم همه ریسک‌ها، امکان برآورد دقیق‌تر حداقل سرمایه لازم بنگاه نسبت به روش تجمیع خطی فراهم می‌شود.

هدف تحقیق تجمیع ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه کشور با لحاظ وابستگی بین ریسک‌ها است. بدین منظور ابتدا ساختار وابستگی ریسک‌ها در رشته فعالیت‌های بیمه‌ای مختلف صنعت بیمه با توابع مفصل مدلسازی و براساس سنجه‌های مانند ضریب تاو کندل (τ)، اندازه وابستگی بین ریسک‌ها سنجش می‌شود؛ سپس با استفاده از توزیع توأم ریسک‌ها، تجمیع ریسک‌ها صورت میپذیرد و حداقل سرمایه مورد نیاز موسسه با یک سنجه منسجم ریسک برآورد می‌شود.

مروری بر پیشینه پژوهش

---

[۱]. ناکادا و همکاران (۱۹۹۹) ریسک‌های موسسات بیمه را به ریسک‌های سرمایه‌گذاری، ریسک‌های بیمه‌گری و ریسک‌های عملیاتی دسته‌بندی کرده‌اند.

[۲]. Technical provisions

[۳]. نگاشت $\rho(\cdot)$، اندازه متغیر تصادفی (ریسک) X را می‌سنجد و به عبارت $\rho_\alpha(X)$، اندازه ریسک X در سطح اطمینان α گفته می‌شود.

[۴]. Solvency margin

[۵]. Required capital

[۶]. Hierarchical Archimedean Copula (HAC)

[۷]. Sklar (۱۹۵۹)

تابع مفصل اولین بار توسط اسکولار (۱۹۵۹) مطرح شد و امروزه در علوم مختلف بویژه در حوزه بیمه و بازارهای مالی از انواع توابع مفصل در مدلسازی ساختار وابستگی متغیرهای تصادفی (مانند بازده سهام و ریسک)، تعیین پورتفولیو مناسب و برآورد سرمایه اقتصادی استفاده می‌شود. با وجود اینکه در خارج از کشور مطالعات متعددی در استفاده از انواع توابع مفصل در حوزه بیمه و بازارهای مالی انجام یافته اما تاکنون در ایران پژوهشی در استفاده از توابع مفصل در بیمه انجام نشده است[۱].

تنگ و والدز[۲] (۲۰۰۹) با استفاده از توابع مفصل کوشی، نرمال و استیودنت، و با داده‌های نسبت خسارت ۱۹ سال متوالی در پنج رشته فعالیت مختلف، ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه کشور استرالیا را تجمیع کرده‌اند. آنها نتایج تجمیع ریسک‌ها با توابع مفصل را با نتایج تجمیع ساده وخطی ریسک‌ها را باهم مقایسه کرده‌اند و نشان داده‌اند که سرمایه اقتصادی لازم در موسسات بیمه با لحاظ وابستگی بین ریسک‌ها در رشته‌فعالیت‌های مختلف کمتر از حالتی که ساختار وابستگی لحاظ نشده است. ساولی و کلمنت[۳] (۲۰۱۰) با توابع مفصل بیضوی و ارشمیدسی سلسله مراتبی (HAC)، ریسک‌های حق‌بیمه تولیدی رشته فعالیت‌های بیمه‌های غیرزندگی را برای موسسات بزرگ بیمه اتحادیه اروپا تجمیع کرده و نشان داده‌اند که تجمیع ریسک‌ها با توابع مفصل در مقایسه با مدل استاندارد نظارت مالی توانگری مالی ۲ (Solvency II)، سرمایه لازم موسسات بیمه را کمتر ارزیابی میکند.

نجینو و مولیناری[۴] (۲۰۱۱) ایراد اساسی در استفاده از مدل استاندارد توانگری مالی ۲ در نظارت مالی موسسات بیمه را مطرح کردند؛ در این استاندارد سطح اطمینان توانگری مالی ۹۵٪ در نظر گرفته شده است؛ همچنین وابستگی بین ریسک‌های بیمه‌گری، ریسک‌های اعتبار، ریسک‌های بازار و ریسک‌های عملیاتی موسسات بیمه خطی و ساده فرض شده است. لذا آنها با تجمیع این ریسک‌ها با توابع مفصل نشان داده‌اند که استفاده از توابع مفصل در هر سطح از تجمیع، سطح توانگری مالی موسسات بیمه را بیشتر از روش فرمول استاندارد نشان میدهد. سزادو و همکاران[۵] (۲۰۱۲)، در رشته فعالیت بیمه‌ای «حوادث خودرو» کل زیان و خسارت ناشی از حوادث خودرو در کشور آلمان را با استفاده از توابع مفصل مختلط و با داده‌های روزانه تعداد دفعات وقوع حادثه و شدت حادثه مدلسازی کرده‌اند. بدین منظور آنها ابتدا توزیع حاشیه‌ای پواسن متغیر تعداد دفعات وقوع حادثه و توزیع حاشیه‌ای گامای متغیر اندازه خسارت هر حادثه را با یک تابع مفصل نرمال ترکیب نموده و وابستگی بین این دو متغیر را تعیین کرده و مدلسازی را انجام داده‌اند.

مدلسازی و سنجش ساختار وابستگی متغیرهای تصادفی

توابع مفصل

تابع مفصل یک تابع توزیع احتمال چندمتغیره‌ای است که تابع توزیع حاشیه‌ای هر یک از متغیرها دارای توزیع یکنواخت است. فرض کنید F توزیع تجمعی توأم برداری از متغیرهای تصادفی $X = \{X_1, \dots, X_d\}$ با توزیع‌های حاشیه $F_1, \dots, F_d$ باشد، آنگاه براساس قضیه بنیادی اسکولار (۱۹۵۹) یک تابع مفصل مانند C وجود خواهد داشت به طوری که برای هر x در IR

$$F(X) = C(F_1(X_1), \dots, F_d(X_d)) \qquad (1)$$

---

[۱]. صفری (۱۳۹۲) در طرح پژوهشی با عنوان «مطالعه و طراحی سیستم نظارت مالی بر موسسات بیمه ایرانی با استفاده از تجربه سایر کشورها» با روش تجمع ساده، ریسک‌های بیمه‌گری برای رشته فعالیتهای مختلف و برای کل صنعت بیمه محاسبه کرده است؛ آیین نامه شماره ۶۹ بیمه مرکزی کشور در ارزیابی توانگری مالی موسسات بیمه براساس نتایج مطالعه او تنظیم و تصویب شده است.

[۲]. Tang, Andrew, and Emiliano A. Valdez

[۳]. Savelli, Nino, and Gian Paolo Clemente

[۴]. Nguyen, Tristan, and Robert Danilo Molinari

[۵]. Czado.and e.t.al

و اگر F۱ و F۲ و ... و Fd پیوسته باشند آنگاه C یکتا خواهد بود[۱]. بنابراین با دانستن توزیع حاشیه‌ای هریک از ریسک‌ها و استفاده از یک تابع مفصل معین مناسب مانند C میتوان به توزیع توأم ریسک‌ها دست یافت و از آن برای تعیین حداقل سرمایه لازم استفاده کرد. توابع مفصل بسیار متنوع بوده و هر یک از آنها بیانگر الگوی خاصی از ساختار وابستگی بین متغیرها است. خانواده‌های معروف توابع مفصل شامل توابع مفصل ضربی، توابع مفصل بیضوی، توابع مفصل تک پارامتری ارشمیدسی، توابع مفصل ارشمیدسی سلسله مراتبی و توابع مفصل واین[۲] است.

در الگوی تابع مفصل ضربی، مجموعه متغیرهای تصادفی مستقل از هم هستند. در الگوی توابع مفصل بیضوی (نرمال و t-استیودنت) توزیع توأم، مجموعه متغیرهای تصادفی توزیع نرمال و t-استیودنت چند متغیره است[۳]. توابع مفصل ارشمیدسی بسیار انعطاف پذیرند و دامنه وسیعی از ساختار وابستگیها را به ویژه وابستگی دنباله‌ای توزیع متغیرهای تصادفی را مدلسازی می‌کنند؛ فرم کلی آنها به صورت زیر است:

$$C(u_1,\cdots,u_d,\theta)=\psi_\theta\left(\sum_{d=1}^{D}\psi_\theta^{-1}(u_d)\right),\ u_d\in[0,1]$$

که در آن $\psi:[0,\infty)\to[0,1]$ و ψ تابع کاهشی و پیوسته است بطوریکه $\psi(0)=1$ و $\psi(\infty)=0$ و معکوس آن ψ^{-1} است که در بازه $[0,\infty)$ یکنوا و محدب است. $\psi_\theta(t)$ تابع گشتاور توابع مفصل ارشمیدسی تک پارامتری است؛ با قرار دادن $\psi(t)=(-\log t)^\theta$ و با فرض $\theta\geq 1$ در رابطه فوق تابع تابع مفصل گومبل۴ بدست میاید. همچنین با قرار دادن $\psi(t)=\frac{(t^{-\theta}-1)}{\theta}$ و با فرض $\theta>0$ در رابطه (۲) خانواده توابع مفصل کلایتون بدست میاید؛ تابع مفصل کلایتون برعکس تابع مفصل گومبل تنها وابستگی دنباله‌ای پایین متغیرها را نشان میدهد. اگر $\psi(t)=-\log\frac{(e^{-\theta t}-1)}{(e^{-\theta}-1)}$ و با فرض $\theta\in\mathbb{R}\backslash\{0\}$، تابع مفصل فرانک بدست میاید؛ تابع مفصل فرانک همانند تابع مفصل نرمال وابستگی دنباله‌ای بالا و پایین ندارد. در جدول (۱) ویژگیهای توابع مفصل دو متغیره خانواده ارشمیدسی و بیضوی در باهم مقایسه شده است.

جدول ۱: خلاصه ویژگیهای توابع مفصل خانواده ارشمیدسی و بیضوی

تابع مفصل	وابستگی مثبت	وابستگی منفی	تقارن دنب توزیع	وابستگی در دنب پایین	وابستگی در دنب بالا
N	✓	✓	✓	-	-
t	✓	✓	✓	✓	✓
C	✓	-	-	✓	-
G	✓	-	-	-	✓
F	✓	✓	✓	-	-
J	✓	-	-	-	✓

چندین محدودیت در مدلسازی ساختار وابستگی بین متغیرهای تصادفی با توابع مفصل بیضوی و توابع مفصل ارشمیدسی تک پارامتری وجود دارد. اول اینکه در این نوع توابع مفصل ساختار وابستگی متغیرها تنها با یک یا دو پارامتر انجام می‌شود؛ ثانیا ساختار وابستگی نسبت به جایگشت متغیرها متقارن است (اوخرین و همکاران ۲۰۱۳). لذا در همین راستا توابع مفصل جدیدی به وجود آمدند که خانواده توابع مفصل

---

[۱]. علاوه براین اگر F پیوسته اکید باشد آنگاه تابع چگالی مشترک بردار تصادفی X به صورت زیر است.

$$f(x_1,\cdots,x_d)=\left[\prod_{k=1}^{d}f_k(x_k)\right]\times c\left(F_1(x_1),\cdots,F_d(x_d)\right)$$

یعنی تابع چگالی هر توزیع چندمتغیره را میتوان به صورت حاصلضرب دو مولفه ساختار وابستگی و توزیعهای حاشیه‌ای متغیرهای تصادفی نوشت. در رابطه بالا حروف کوچک دلالت بر تابع چگالی است.

[۲]. Vine Copulas

[۳]. تابع مفصل t چندمتغیره درای دو پارامتر ضریب همبستگی پیرسون ρ و درجه آزادی v است. با افزایش درجه آزادی تابع مفصل-t استیودنت به سمت تابع مفصل نرمال همگرا می‌شود.

[۴]. Gumbel copula

HAC از مهمترین آنها است. به خانواده توابع مفصل HAC براساس الگوی ساخت آنها، توابع مفصل ارشمیدسی تودرتو[۱] هم گفته می‌شود؛ فرض کنید مجموعه‌ای متشکل از ۴ متغیر تصادفی با توزیعهای حاشیه‌ای (u_1, u_2, u_3, u_4) داشته باشیم، آنگاه این مجموعه را با $C_1^4 = 4$ حالت میتوان به مجموعه‌های ۱ عضوی و ۳ عضوی افراز کرد؛ بنابراین اگر مثلا با مجموعه سه عضوی (u_1, u_2, u_3) و پارامتر θ_{123} تابع مفصل ارشمیدسی $C_{123,\theta_{123}}$ را ایجاد کنیم، آنگاه میتوان با توزیع حاشیه‌ای این تابع مفصل و توزیع حاشیه‌ای متغیر مجموعه ۱ عضوی و با پارامتر $\theta_{123,4}$ تابع مفصل ارشمیدسی جدید $C_{\{123\},\{4\},\theta_{123,4}}$ را ایجاد کرد؛ به تابع مفصل ساخته شده اخیر، تابع مفصل ارشمیدسی سلسله مراتبی گفته می‌شود. بنابراین براساس نحوه افراز مجموعه متغیرهای تصادفی به مجموعه‌های زیرمجموعه و نوع تابع مفصل و پارامتر استفاده شده در هر مرحله از ایجاد تابع مفصل جدید، خانواده‌ای از توابع مفصل HAC با ساختارهای مختلف درختی خواهیم داشت[۲]. برای مطالعه بیشتر در تخمین و انتخاب ساختار درختی مناسب برای هر یک از خانواده‌های HAC به مقاله اوخرین و همکاران (۲۰۱۳) مراجعه کنید.

سنجش وابستگی متغیرهای تصادفی

وابستگی بین متغیرهای تصادفی را با سنجه‌های مختلفی می‌سنجند. در تعریف برخی از این سنجه‌ها، فقط بر وابستگی بین میانگین توزیع متغیرها تاکید می‌شود؛ مانند ضریب همبستگی خطی پیرسن[۳]؛ در برخی دیگر از سنجه‌های وابستگی مانند ضریب تاو کندال[۴] (τ) و ضریب رو اسپیرمن[۵] (ρ) وابستگی در همه دامنه توزیع مورد نظر است. ضریب تاو کندال برای دو بردار مستقل از هم با توزیعهای یکسان (X_1, Y_1) و (X_2, Y_2) به صورت احتمال انطباق توزیعها منهای احتمال عدم انطباق توزیعها تعریف می‌شود. یعنی:

$$\tau_{X,Y} = P[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0] - P[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) < 0]$$

در سنجه‌های مانند وابستگی دنباله‌ای بالا (Λ_U) و دنباله‌ای پایین (Λ_L) فقط به اندازه وابستگی در دنب سمت راست و چپ تابع توزیع تمرکز می‌شود[۶].

سنجش اندازه ریسک‌ها و روشهای تجمیع آنها

اندازه گیری ریسک

سنجش و تعیین اندازه ریسک بسیار مهم است؛ چون با تعیین اندازه ریسک‌ها امکان مقایسه ریسک‌ها در دارائیهای مختلف فراهم می‌شود و از اندازه ریسک در تعیین سرمایه اقتصادی، قیمت‌گذاری منصفانه بیمه‌نامه‌ها و مدیریت ریسک استفاده می‌شود. سنجه‌های متداول اندزه ریسک عبارتند از: انحراف معیار[۷] (σ)، ارزش در معرض خطر[۸] (VaR) و کمبود انتظاری[۹] (ES) است؛ و از بین آنها فقط کمبود انتظاری ویژگیهای یک سنجه ریسک منسجم[۱۰] را دارد. در صورتی که یک سنجه ریسک منسجم نباشد از آن نمیتوان در سنجش اندازه ریسک‌های تجمیع شده استفاد کرد چونکه اندازه ریسک‌های تجمیع شده ممکن است نامتناهی شود.

---

۱. Nested

۲. در ساخت خانواده توابع مفصل HAC فرض میشود که در همه مراحل ساخت فقط از یک نوع تابع مفصل ارشمیدسی استفاده شده است و تابع مفصل HAC ساخته شده براساس همان نامگذاری می‌شود؛ مانند HAC-Frank که با تابع مفصل فرانک ساخته شده است.

۳. Pearson linear correlation coefficient

۴. Kendall's tau

۵. Spearman's rho

۶. برای توضیح بیشتر دیگر سنجه‌های وابستگی به مقاله Embrechts, P., etal. (۱۹۹۹) مراجعه کنید.

۷. Volatility

۸. Value-at-Risk (VaR)

۹. Expected Shortfall (ES)

۱۰. Coherent risk measure

تجمیع ریسک‌ها و سنجش اندازه آن

تجمیع ریسک‌ها ممکن است مبتنی بر روش ساده و خطی باشد و یا با استفاده از توابع مفصل انجام شود. فرض کنید مجموعه بردارهای تصادفی n متغیره $X = \{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$ بیانگر مجموعه ریسک‌های بیمه‌گری یک موسسه بیمه فرضی باشد و هدف سنجش اندازه این مجموعه ریسک‌ها جهت تعیین حداقل سرمایه مورد نیاز بنگاه است.

اندازه تجمیع ساده ریسک‌ها

در روش تجمیع ساده و خطی، ابتدا اندازه هریک از ریسک‌ها با سنجه‌های مانند VaR یا ES محاسبه می‌شود و سپس با در نظر گرفتن همبستگی خطی بین ریسک‌ها، اندازه تجمیع آنها با استفاده از رابطه زیرمحاسبه می‌شود[۱]:

$$VaR(X) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} VaR_{\alpha}^{2}(X_i) + 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \rho_{ij} VaR_{\alpha}(X_i) VaR_{\alpha}(X_j)}$$

که در آن VaR_i اندازه ریسک X_i، و ρ_{ij} ضریب همبستگی بین ریسک‌های X_j و X_i هستند و $VaR_{\alpha}(X)$ اندازه ریسک‌های تجمیع شده مجموعه X در سطح اطمینان α است؛ و در صورتی که $\rho_{ij} = 1$ آنگاه داریم[۲]:

$$VaR_{\alpha}(X) = \sum_{i=1}^{n} VaR_{\alpha}(X_i)$$

رابطه فوق اندازه مجموعه ریسک‌های موسسه بیمه را وقتی که بین ریسک‌ها وابستگی خطی، کامل و مثبت وجود دارد، بیان میکند. ولی ممکن است وابستگی بین ریسک‌ها کامل و مثبت نباشد و غیرخطی باشد، در آن صورت تجمیع ریسک‌ها با استفاده از توابع مفصل و با لحاظ ساختار وابستگی بین آنها انجام می‌شود.

اندازه ریسک‌های تجمیع شده با توابع مفصل

در اینجا برای تعیین اندازه مجموعه ریسک‌های $X = \{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$ ابتدا ساختار وابستگی بین متغیرها با استفاده از توزیع حاشیه‌ای هر یک از ریسک‌ها و با یک تابع مفصل معین مانند C مدلسازی می‌شود؛ سپس براساس توزیع حاشیه‌ای تابع مفصل ساخته شده، که به نوعی توزیع توأم ریسک‌ها را نشان میدهد، اندازه ریسک‌های تجمیع شده مجموعه X با تابع مفصل مطلوب را با یکی از سنجه‌های منسجم ریسک تعیین می‌کنیم.

فرض کنید $VaR_{\alpha}(X^c)$ اندازه مجموعه ریسک‌های تجمیع شده موسسه بیمه با استفاده از توابع مفصل باشد، آنگاه در صورتی که فرض کنیم سنجه VaR یک سنجه منسجم از ریسک باشد، تفاضل $VaR_{\alpha}(X^c)$ از رابطه (۵)، اندازه منفعت حاصل از تجمیع ریسک‌ها با در نظر گرفتن ساختار وابستگی بین آنها با توابع مفصل را بدست میدهد؛ چون بنا به اصل جمع‌پذیری سنجه منسجم ریسک و رابطه (۵) داریم:

$$VaR_{\alpha}(X^c) \leq \sum_{i=1}^{n} VaR_{\alpha}(X_i) = VaR_{\alpha}(X)$$

بنابراین عبارت $VaR_{\alpha}(X) - VaR_{\alpha}(X^c)$ که اندازه منفعت حاصل از تجمیع ریسک‌ها با توابع مفصل را می‌سنجد همواره مقداری مثبت است. پس در صورتی که موسسات بیمه تجمیع ریسک‌ها و تعیین حداقل سرمایه لازم را با استفاده از توابع مفصل انجام دهند، به حداقل سرمایه کمتری در مقایسه با حالتی که تجمیع ریسک ساده و خطی انجام می‌شود نیاز دارند و میتوانند از تنوع فعالیت‌های خود در رشته فعالیت‌های مختلف بهره ببرند. بنابراین انتظار می‌رود که ارزیابی توانگری مالی موسسات بیمه با روشهای جدید و با استفاده از توابع مفصل، توانگری مالی آنها را بیشتر از قبل نشان دهد.

---

[۱]. برای اثبات این روابط به صفحه ۲۶ مقاله Dhaene, Jan, et al (۲۰۰۲) مراجعه کنید.

[۲]. در صورت استفاده از سنجه ES، و با فرض $\rho_{ij} = 1$ ، داریم: $ES_{\alpha}(X) = \sum_{i=1}^{n} ES_{\alpha}(X_i)$

نتایج و بحث

توصیف آماری داده‌ها

شاخص نسبت خسارت به صورت نسبت خسارت پرداخت شده به حق بیمه دریافت شده تعریف می‌شود و این شاخص در هر رشته فعالیت نمایانگر ریسک بیمه‌گری متناظر در آن رشته فعالیت است و استفاده از آن معیار مناسبی برای مقایسه شدت تهدید ریسک‌های بیمه‌گری در هر رشته فعالیت است. بنابراین در این پژوهش از داده‌های نسبت خسارت در رشته فعالیت‌های مختلف طی سالهای ۱۳۵۴-۱۳۹۲ که از سایت بیمه مرکزی قابل دسترس می‌باشد در تجمیع ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه استفاده شده است. برای محاسبه شاخص نسبت خسارت صنعت بیمه داریم:

$$LR_t = \frac{\sum_{i=1}^{n} IC_{i,t}}{\sum_{i=1}^{n} EP_{i,t}} = \sum_{i=1}^{n} LR_{i,t} * \frac{EP_{i,t}}{\sum_{i=1}^{n} EP_{i,t}} = \sum_{i=1}^{n} LR_{i,t} * w_{i,t}$$

که در آن $IC_{i,t}$ و $EP_{i,t}$ به ترتیب بیانگر خسارت پرداخت شده و حق بیمه دریافت شده در دوره t در رشته فعالیت i ام صنعت بیمه است و عبارت $w_{i,t} = \frac{EP_{i,t}}{\sum_{i=1}^{n} EP_{i,t}}$ سهم رشته فعالیت i ام در حق بیمه تولیدی بنگاه است رابطه (۷) نشان میدهد که نسبت خسارت بنگاه برابر میانگین وزنی از نسبت خسارت هر یک از رشته‌فعالیت‌های شرکت بیمه است؛ که در آن وزنها سهم حق بیمه تولیدی هر رشته فعالیت از کل حق‌بیمه تولیدی است.

در این سال درآمد حق‌بیمه تولیدی صنعت بیمه کشور با فعالیت در ۱۶ رشته مختلف حدود ۱۲۸۴۶۲ میلیارد ریال بوده و حدود ۹۰ درصد از آن (۱۱۵۱۲۳ میلیارد ریال) در جبران خسارت بیمه‌گران به آنها پرداخت شده است. بیشترین حق‌بیمه تولیدی (به ترتیب با ۴۰٪ و ۲۳٪ از کل حق‌بیمه تولیدی) مربوط رشته‌فعالیت‌های «بیمه شخص ثالث و مازاد» و «بیمه درمان» است؛ و در این دو رشته فعالیت خسارت پرداختی بیش از حق‌بیمه تولیدی بوده و لذا نسبت خسارت آنها بزرگتر از یک است. با توجه به اینکه بیش از ۹۶ درصد حق بیمه تولیدی در ۱۰ رشته فعالیت x۱ تا x۱۰ است لذا برای سادگی کار تجمیع ریسک بیمه‌گری فقط برای این ده رشته انجام شده است.

جدول ۲: حق بیمه تولیدی، خسارت پرداخت شده در رشته‌فعالیت‌های صنعت بیمه در سال ۱۳۹۲

ریسک متناظر	رشته فعالیت‌ها	حق بیمه تولیدی	سهم از بازار	خسارت پرداختی	نسبت خسارت
x۱	شخص ثالث و مازاد	۵۱،۷۴۵،۷۶۶	۰،۴۰۲۸	۵۳،۵۲۳،۳۸۶	۱،۰۳۴
x۲	درمان	۳۰،۵۰۰،۸۵۱	۰،۲۳۷۴	۳۵،۸۰۱،۱۲۳	۱،۱۷۴
x۳	بدنه اتومبیل	۱۰،۲۸۷،۴۰۷	۰،۰۸۰۱	۶،۶۱۲،۳۵۱	۰،۶۴۳
x۴	مسئولیت	۸،۳۲۳،۴۳۰	۰،۰۶۴۸	۶،۸۳۴،۷۶۶	۰،۸۲۱
x۵	حوادث راننده	۶،۰۸۵،۵۹۲	۰،۰۴۷۴	۲،۷۸۱،۵۵۷	۰،۴۵۷
x۶	آتش سوزی	۵،۸۸۰،۲۹۲	۰،۰۴۵۸	۲،۴۵۷،۴۵۱	۰،۴۱۸
x۷	زندگی عمر	۴،۶۳۹،۴۳۹	۰،۰۳۶۱	۳،۳۲۲،۸۰۱	۰،۷۱۶
x۸	نفت و انرژی	۲،۰۴۷،۸۷۷	۰،۰۱۵۹	۶۷۵،۱۵۴	۰،۳۳۰
x۹	مهندسی	۱،۹۸۴،۶۷۲	۰،۰۱۵۴	۹۸۰،۲۱۵	۰،۴۹۴
x۱۰	حوادث	۱،۸۹۸،۶۰۴	۰،۰۱۴۸	۶۵۶،۵۷۲	۰،۳۴۶
x۱۱	کشتی	۱،۷۲۶،۱۷۹	۰،۰۱۳۴	۶۸۳،۰۹۱	۰،۳۹۶
x۱۲	باربری	۱،۵۹۸،۶۴۹	۰،۰۱۲۴	۳۶۹،۹۰۸	۰،۲۳۱
x۱۳	هواپیما	۱،۳۴۹،۴۵۴	۰،۰۱۰۵	۶۹،۴۱۵	۰،۰۵۱
x۱۴	اعتبار	۲۰۲،۸۷۸	۰،۰۰۱۶	۳۱۰،۱۱۷	۱،۵۲۹
x۱۵	پول	۱۰۳،۱۸۷	۰،۰۰۰۸	۲۰،۰۱۵	۰،۱۹۴

سایر انواع	x۱۶	۸۸،۰۶۷	۰،۰۰۰۷	۲۵،۴۲۶	۰،۲۸۹
جمع صنعت بیمه		۱۲۸،۴۶۲،۳۴۵	۱	۱۱۵،۱۲۳،۳۴۷	۰،۸۹۶

اتوضیحات: ارقام به میلیون ریال است؛ رشته فعالیتها براساس اهمیت نسبی در تولید حق بیمه مرتب شده‌اند.

نتایج تجربی

در این بخش نتایج مدلسازی ساختار وابستگی ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه و تجمیع ریسک‌ها در رشته فعالیت‌های بیمه‌ای ارائه و تحلیل می‌شود[۱].

نتایج مدلسازی ساختار وابستگی ریسک‌های بیمه‌گری

فرض کنید مجموعه ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه در ده رشته فعالیت منتخب را با $X = \{X_1, \cdots, X_{10}\}$ نشان دهیم. جهت مدلسازی ساختار وابستگی این ریسک‌ها با توابع مفصل لازم است که ابتدا توزیع حاشیه‌ای هر یک از آنها را تعیین کنیم؛ سپس با الگوی یک تابع مفصل معین توزیع توأم (مشترک) ریسک‌ها و ساختار وابستگی بین آنها را مشخص کنیم. البته همیشه تعیین نوع تابع توزیع حاشیه‌ای و پارامترهای آن از داده‌های واقعی کار آسانی نیست؛ لذا در اینجا در مدلسازی ساختار وابستگی ریسک‌ها، از تابع توزیع حاشیه‌ای تجربی هر یک از ریسک‌ها، که به طور تجربی از رابطه زیر بدست میاید، استفاده شده است:

$$\hat{F}(x) = (n+1)^{-1} \sum_{i=1}^{n} I(X_i \le x)$$

که در آن n تعداد مشاهدات در متغیر تصادفی X بوده و $\hat{F}$ برآورد توزیع حاشیه‌ای تجربی متغیر تصادفی است. جدول (۳) نتایج مدلسازی همزمان ساختار وابستگی مجموعه ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه با توابع مفصل گوسی، استیودنت، گومبل، کلایتون، فرانک، جوی را خلاصه میکند. نمودارهای (۱) تا (۴) هم، نتایج مدلسازی ساختار وابستگی سلسه مراتبی ریسک‌های بیمه‌گری در رشته فعالیت‌های بیمه‌ای صنعت بیمه با توابع مفصل ارشمیدسی سلسله مراتبی را نشان میدهد. نتایج جدول زیر و نمودارهای مذکور نشان میدهد که به علت تفاوت در الگوی هر یک از توابع مفصل، نتایج مدلسازی ساختار وابستگی ریسک‌ها با هر یک از توابع مفصل، متفاوت است.

جدول ۳: نتایج مدلسازی ساختار وابستگی ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه با توابع مفصل

نوع تابع مفصل و پارمتر(های) آن		تخمین پارامتر	انحراف استاندارد	loglik	تخمین سنجه‌های وابستگی بین ریسک‌ها
Gussian	ρ	۰،۳۰۷۸۵۸۵	۰،۰۴۸۷۵	۱۸،۷۵۱۸۹	$\rho = ۰.۳۰۷۸$ و $\Lambda_L = \Lambda_U = ۰$
t-student	ρ و v	۰،۱۸۶۵۸۹ و ۴	۰،۰۵۳۱۳	۱۵،۶۸۰۵۸	$\tau = ۰.۱۱۹۴$ و $\rho = ۰.۱۸۶۵$ و $\Lambda_L = \Lambda_U = ۰.۱۲۳۳$
AC Gumbel	θ	۱،۲۱۳۴۹	۰،۰۴۳۸۱	۱۹،۳۵۷۶۲	$\tau \rho = ۰.۲۶۰۸$ و $= ۰،۱۷۵۹$ و $\Lambda_L = ۰$ و $\Lambda_U = ۰.۲۲۹۶$
AC Clayton	θ	۰،۳۹۶۵۵۴۴	۰،۰۸۲۰۴	۲۱،۱۷۲۰۲	$\tau \rho = ۰.۲۴۵۸$ و $= ۰،۱۶۵۴$ و $\Lambda_L = ۰.۱۷۴۱$ و $\Lambda_U = ۰$
AC Frank	θ	۱،۴۷۵۰۷۲	NA	۱۹،۲۵۳۳	$\tau \rho = ۰.۲۳۸۹$ و $= ۰،۱۶۰۴$ و $\Lambda_L = \Lambda_U = ۰$
AC Joe	θ	۱،۳۰۰۰۴۳	NA	۱۵،۳۰۰۵۸	$=۰،۱۴۵۵\tau$

[۱]. محاسبات با استفاده از بسته‌های نرم افزاری HAC و Copula نرم افزار R انجام شده است.

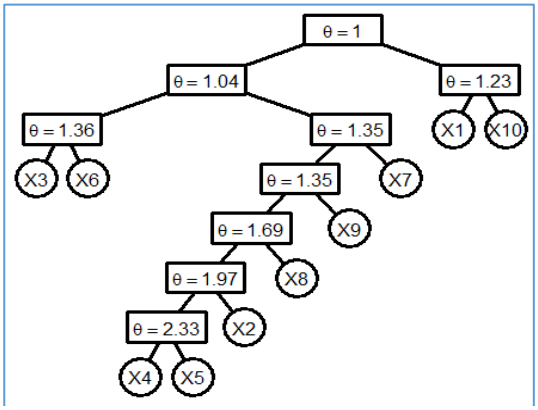
$\Lambda_L = 0$ و $\Lambda_U = 0.2956$

توضیحات: مدلسازی ساختار وابستگی ریسک‌ها در اینجا با فرض نامعلوم بودن توزیع حاشیه‌ای ریسک‌ها بوده است؛ بنابراین تجمیع ریسک‌ها بر اساس رتبه آماری (Rank) هر یک از مشاهدات و داده‌های واقعی متغیرهای نسبت خسارت در هر یک از رشته‌فعالیت‌های صنعت بیمه انجام شده است. برای تابع مفصل Joe امکان تخمین سنجه وابستگی رو اسپیرمن (ρ) وجود ندارد.

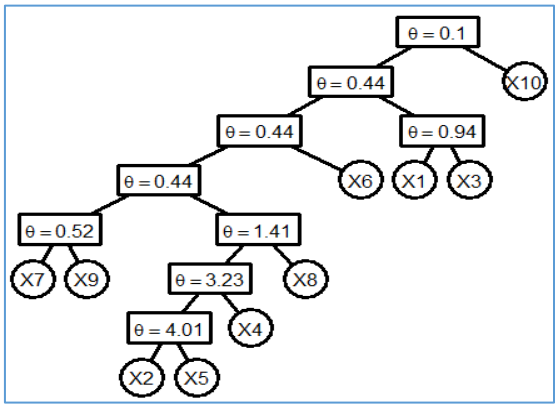
ضریب تاو کندل (τ) در جدول (۳) نشان میدهد که با احتمالی حداقل بیش از ۱۱ درصد، توزیع آماری ریسک‌ها بریکدیگر انطباق دارند[۱]؛ علاوه براین ضریب رو اسپیرمن (ρ) حداقل وابستگی خطی ۱۸ درصدی که با تابع مفصل t-student برآورد شده است را در بین ریسک بیمه‌گری رشته‌فعالیت‌های مختلف نشان میدهد. دقت کنید که در دیگر توابع مفصل ضرایب وابستگی تاو کندل و رو اسپیرمن محاسبه شده بیش از تابع مفصل t-student است. ضریب وابستگی دنباله‌ای بالا (Λ_U) در توابع مفصل استیودنت، گومبل و جوی عددی غیرصفر و نسبتا قابل ملاحظه است؛ با توجه به اینکه متغیرهای تصادفی استفاده شده در مدلسازی وابستگی بین رشته‌فعالیت‌های صنعت بیمه، ضریب خسارت در آن رشته است، لذا غیرصفر بودن و بزرگ بودن ضریب وابستگی دنباله‌ای بالا اشاره به این موضوع دارد که اگر در یک دوره مثلا در یک رشته فعالیت، به دلایلی نسبت خسارت پرداخت شده به حق بیمه دریافت شده افزایش یابد آنگاه موسسه یا صنعت بیمه بایستی انتظار افزایش ضریب خسارت در دیگر رشته‌فعالیت‌های خود باشد. در اینجا هر اندازه ضریب وابستگی دنباله‌ای بالا در بین ریسک بیمه‌گری رشته فعالیتها بزرگتر باشد، موسسه بیمه بایستی تنوع فعالیت خود را محدودتر کند تا بتواند از بروز زیانهای بسیار بزرگ و همزمان در چندین رشته باهم پرهیز کند.

نمودارهای ۱ تا ۴: ساختار وابستگی سلسله مراتبی ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه

۱- HAC Gumbel

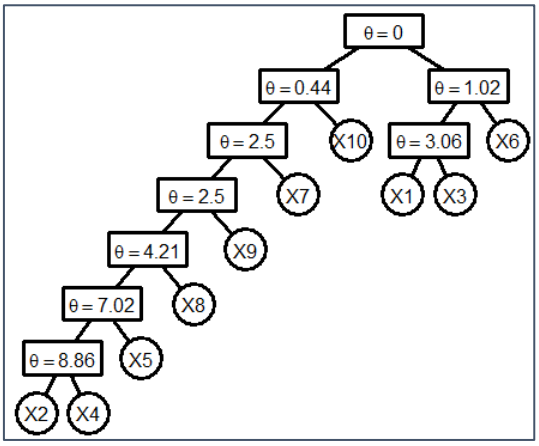


۲- HAC Clayton

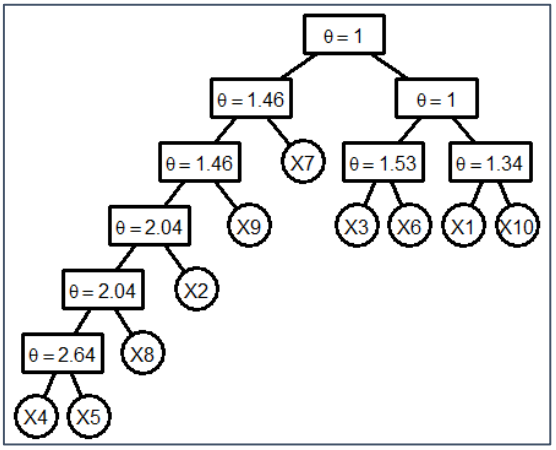


[۱]. تابع مفصل t-student انطباق توزیعهای آماری ریسک‌های بیمه‌گری در رشته فعالیت‌های مختلف با احتمال بیش از ۱۱/۹۴ درصد نشان میدهد.

-۳HAC Frank



-۴HAC Joe



آماره لگاریتم تابع درستنمایی (loglik) متناظر با هر تابع مفصل برآورد شده و در جدول (۳) ارائه شده است؛ براساس این آماره، تابع مفصل کلایتون با حداکثر مقدار آماره درستنمایی (۲۱/۱۷۲) در بین سایر توابع مفصل، به عنوان تابع مفصل مناسب در مدلسازی همزمان وابستگی ریسک‌های بیمه‌گری در بین رشته فعالیت‌های بیمه‌ای مختلف، انتخاب می‌شود. در مدلسازی سلسله مراتبی وابستگی ریسک‌ها، به تعداد متغیرهای تصادفی (ریسک‌ها) منهای یک[۱]، تابع درستنمایی جهت تجمیع ریسک‌ها تعریف می‌شود؛ لذا در این رویکرد انتخاب تابع مفصل مناسب بین چند تابع مفصل بر اساس آماره loglik امکان پذیر نیست؛ اگرچه از این آماره در انتخاب ساختار درختی مناسب یک تابع مفصل معین از بین چند ساختار درختی متناظر با همان تابع مفصل استفاده می‌شود. بنابراین همه نمودارهای (۱) تا (۴) به توعی ساختارهای درختی وابستگی مناسبی هستند که با توابع مفصل مختلف مدلسازی شده اند و ساختار وابستگی ریسک‌ها را در بین رشته فعالیت‌های مختلف نشان میدهند. برای هر یک از نمودارهای (۱) تا (۴)، ماتریسی از سنجه‌های وابستگی تاو کندل، رو اسپیرمن و ضریب همبستگی دنباله‌ای بالا و پایین برآورد شده است؛ ماتریس سنجه وابستگی متناظر هر نمودار اندازه وابستگی بین ریسک‌ها را براساس ساختار درختی آن نمودار نشان میدهد[۲].

نتایج تجمیع ریسک‌های بیمه‌گری و برآورد حداقل سرمایه لازم

در جدول (۴) نتایج تجمیع ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه با انواع توابع مفصل ارائه شده است. طبق قضیه بنیادی اسکولار با معلوم بودن نوع تابع مفصل d متغیره C^* و ساختار وابستگی بین متغیرهای تصادفی تشکیل دهنده آن، میتوان توزیع حاشیه‌ای هریک از متغیرهای تصادفی X_i را بدست آورد. بنابراین در اینجا براساس ساختار وابستگی ریسک‌های بیمه‌گری رشته‌فعالیت‌های بیمه‌ای مختلف برای هر تابع مفصل مندرج در جدول (۳) و نمودارهای (۱) تا (۴)، توزیع حاشیه‌ای ریسک‌های بیمه‌گری هر یک از رشته فعالیت‌های بیمه‌ای صنعت بیمه با ۱۰۰۰ داده شبیه‌سازی شده در محیط نرم افزار R، مشخص شده است. ۱۰۰۰ داده شبیه‌سازی شده برای هر رشته فعالیت به همراه ۱۰۰۰ داده توزیع تجمعی شبیه‌سازی شده با تابع مفصل C^* را به محیط نرم افزار Excel انتقال میدهیم و آنها را براساس ستون داده‌های توزیع تجمعی مرتب‌سازی صعودی می‌کنیم.

داده‌های شبیه‌سازی شده توزیع حاشیه‌ای هر رشته فعالیت، ضریب خسارت آن رشته فعالیت است؛ لذا با مرتب‌سازی آنها براساس داده‌های توزیع تجمعی تابع مفصل C^* و با ضربشان در داده حق بیمه متناظر آن رشته، حداقل سرمایه لازم متناظر در هر رشته فعالیت و در هر سطح

---

[۱]. به تعداد گره‌ها (یا مفصل‌ها) در هر ساختار درختی ممکن تابع درستنمایی تعریف میشود.

[۲]. به علت محدودیت تعداد صفحات مقاله، تخمین ماتریس سنجه‌های وابستگی سلسله مراتبی ریسکها برای نمودارهای ۱ تا ۴ ارئه نشده است.

از اطمینان بدست میاید. بنابراین براساس رابطه (۷) در صورتی که داده‌های شبیه‌سازی شده و مرتب شده ضریب خسارت همه رشته فعالیت‌ها را جمع وزنی کنیم، آنگاه ضریب خسارت کل صنعت بیمه بدست میاید که با ضرب آن در کل حق بیمه صنعت، حداقل سرمایه مورد نیاز برای پوشش ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه در هر سطح اطمینان حاصل می‌شود[۱].

جدول ۴: نتایج تجمیع ریسک‌های بیمه‌گری و تعیین حداقل سرمایه مورد نیاز صنعت بیمه کشور

نوع تابع مفصل	ارزش در معرض خطر ۹۵٪ VaR	کمبود انتظاری ۹۵٪ ES	حداقل سرمایه مورد نیاز (میلیون ریال)	منفعت حاصل از تجمیع ریسک	درصد منفعت
Gussian	۰,۷۷۳۴	۰,۸۳۸۳	۹۵،۴۳۷،۰۷۰	۱،۵۰۶،۳۲۰	۱,۶
t-Studend	۰,۶۹۹۷	۰,۷۶۱۵	۸۶،۳۴۴،۶۱۸	۱۰،۵۹۸،۷۷۳	۱۰,۹
AC Gumbel	۰,۸۰۲۸	۰,۹۱۱۱	۹۹،۰۶۴،۴۷۳	(۲،۱۲۱،۰۸۲)	(۲,۲)
AC Clayton	۰,۷۸۵۱	۰,۷۷۳۹	۹۶،۸۷۷،۱۹۰	۶۶،۲۰۰	۰,۱
AC Frank	۰,۸۲۰۲	۰,۷۸۷۷	۱۰۱،۲۰۱،۹۹۶	(۴،۲۵۸،۶۰۵)	(۴,۴)
AC Joe	۰,۷۷۸۴	۰,۸۹۸۵	۹۶،۰۵۳،۷۸۵	۸۸۹،۶۰۵	۰,۹
HAC Gumbel	۰,۸۸۰۲	۰,۸۰۳۳	۱۰۸،۶۰۸،۲۱۹	(۱۱،۶۶۴،۸۲۸)	(۱۲,۰)
HAC Clayton	۰,۷۰۳۶	۰,۷۸۷۳	۸۶،۸۲۳،۲۴۶	۱۰،۱۲۰،۱۴۵	۱۰,۴
HAC Frank	۰,۸۹۴۳	۰,۷۷۵۱	۱۱۰،۳۵۳،۸۹۸	(۱۳،۴۱۰،۵۰۷)	(۱۳,۸)
HAC Joe	۰,۷۶۵۲	۰,۸۱۴۶	۹۴،۴۲۳،۱۳۸	۲،۵۲۰،۲۵۳	۲,۶

توضیحات: مازاد حداقل سرمایه لازم در مدل استاندارد (۹۶،۹۴۳،۳۹۱ میلیون ریال) از حداقل سرمایه لازم برآورد شده با توابع مفصل به صورت منفعت تجمیع ریسک در نظر گرفته شده است. ارقام ستون درصد منفعت، به صورت نسبت منفعت حاصل از تجمیع ریسک به حداقل سرمایه لازم برآورد شده با مدل استاندارد است.

در جدول (۴)، حداقل سرمایه لازم برآورد شده با سنجه ریسک ارزش در معرض خطر (VaR) در سطح اطمینان ۹۵٪ با توابع مفصل گوسی، استیودنت، کلایتون و جوی برای صنعت بیمه جهت پوشش ریسک‌های بیمه‌گری سال ۹۲، کمتر از سرمایه لازم برآورد شده با مدل استاندارد و دستورالعمل آیین نامه ۶۹ بیمه مرکزی، که حدود ۹۶،۹۴۳،۳۹۱ ریال است، میباشد؛ درحالیکه توابع مفصل گومبل و فرانک، حداقل سرمایه لازم برآورد شده را بیشتر از مدل استاندارد نشان میدهند. بنابراین استفاده از توابع مفصلی مانند توابع مفصل گوسی، استیودنت، کلایتون و جوی در مدلسازی ساختار وابستگی و تجمیع ریسک‌های بیمه‌گری منفعتی را به صورت برآورد کمتر حداقل سرمایه لازم در مقایسه با مدل استاندارد و تجمیع خطی ریسک‌ها برای موسسات بیمه یا صنعت بیمه کشور به عنوان یک موسسه بیمه فرضی بزرگ خواهد داشت.

جدول (۵) نتایج تجمیع ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه در همه رشته‌ها با داده‌های واقعی سال ۱۳۹۲ را بر اساس ضرایب ریسک آیین نامه شماره ۶۹ نشان میدهد. مطابق نتایج این جدول، اندازه ریسک بیمه‌گری صنعت بیمه یا حداقل سرمایه لازم در توانگری مالی یکساله صنعت بیمه با فعالیت در همه رشته‌ها، حدود ۹۶،۹۴۳،۳۹۱ میلیون ریال است. لازم به ذکر است که این رقم سرمایه فقط برای پوشش ریسک‌های بیمه‌گری هست و صنعت بیمه یا موسسات بیمه برای پوشش سایر ریسک‌ها غیر از ریسک بیمه‌گری به سرمایه جداگانه احتیاج دارند.

[۱]. بدین صورت ارزش در معرض خطر ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه در سطح اطمینان ۹۵٪، مشاهده ۹۵۰ ام داده‌های شبیه‌سازی شده و مرتب شده نسبت خسارت صنعت بیمه در محیط اکسل است و کمبود انتظاری (۹۵٪ ES) آن هم میانگین ساده داده‌های ردیفهای ۹۵۱ تا ۱۰۰۰ ستون نسبت خسارت است.

جدول ۵: نتایج تجمیع ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه براساس آیین نامه ۶۹ بیمه مرکزی

	نام رشته فعالیت	حق بیمه دریافتی	ضریب ریسک حق بیمه تولیدی	خسارت پرداختی	ضریب ریسک خسارت پرداختی	جذر توان دوم ریسک بیمه‌گری
اتومبیل	۱- آتش سوزی	۵،۸۸۰/۳	۱۷/۲	۲،۴۵۷/۵	۰/۲۴۵	۱۰۱۱/۴
	۲- باربری	۱،۵۹۸/۶	۱۲/۳	۳۶۹/۹	۰/۱۷۵	۱۹۶/۶
	۳- حوادث	۱،۸۹۸/۶	۶۷/۸	۶۵۶/۶	۰/۹۶۹	۱۲۸۷/۳
	۴- حوادث راننده	۶،۰۸۵/۶	۲۵	۲،۷۸۱/۶	۰/۳۵۸	۱۵۲۱/۴
	۵- بدنه اتومبیل	۱۰،۲۸۷/۴	۳۰/۹	۶،۶۱۲/۴	۰/۴۴۲	۳۱۷۸/۸
	۶- شخص ثالث و مازاد	۵۱،۷۴۵/۸	۱۱۲/۷	۵۳،۵۲۳/۴	۱/۶۱	۸۶۱۷۲/۷
آتش‌سوزی و حوادث طبیعی و فاجعه آمیز	۷- زندگی عمر	۳۰،۵۰۰/۹	۱۱۶/۴	۳،۳۲۲/۸	۱/۶۶۳	۵۵۲۵/۸
	۸- درمان	۱،۷۲۶/۲	۸۱/۵	۳۵،۸۰۱/۱	۱/۱۶۵	۴۱۷۰۸/۳
	۹- کشتی	۱،۳۴۹/۵	۲۱۸/۱	۶۸۳/۱	۳/۱۱۶	۳۷۶۴/۸
	۱۰- هواپیما	۱،۹۸۴/۷	۱۰۱/۷	۶۹/۴	۱/۴۵۳	۱۳۷۲/۴
	۱۱-مهندسی	۱۰۳/۲	۱۰۸/۸	۹۸۰/۲	۱/۵۵۴	۲۱۵۹/۳
	۱۲-پول	۸۸/۱	۲۹۲/۳	۲۰/۰	۴/۱۷۶	۳۰۱/۶
	۱۳-سایر انواع	۳۰،۵۰۰/۹	۶۸/۴	۲۵/۴	۰/۹۷۷	۶۰/۲
	۱۴-آتش سوزی	۵،۸۸۰/۳	۵۸	۲،۴۵۷/۵	۰/۸۴۱	۳۴۱۰/۶
	۱۵-مهندسی	۱،۹۸۴/۷	۵/۱	۹۸۰/۲	۰/۰۷۴	۱۰۱/۲
	۱۶-شخص ثالث و	۵۱،۷۴۵/۸	۱۶	۵۳،۵۲۳/۴	۰/۲۳۲	۱۲۴۱۷/۴
	۱۷-زندگی عمر	۴،۶۳۹/۴	۱۳	۳،۳۲۲/۸	۰/۱۸۸	۶۲۴/۷
	اندازه ریسک بیمه‌گری صنعت بیمه سال ۹۲ براساس ضرایب ریسک آیین نامه ۶۹					۹۶،۹۴۳/۳۹۱

توضیحات: ارقام ستون دوم، چهارم و ششم جدول برحسب میلیارد ریال است. براساس آیین نامه شماره ۶۹ بیمه مرکزی، حاصلضرب حق‌بیمه تولیدی در ضریب ریسک آن با حاصلضرب خسارت پرداختی در ضریب ریسک آن در هر رشته‌فعالیت، باهم مقایسه می‌شود و هرکدام از حاصلضربها که بزرگتر بود آن اندازه ریسک بیمه‌گری در رشته فعالیت مورد نظر است. اندازه ریسک بیمه‌گری صنعت بیمه هم از مجذور مجموع توان دوم ریسک‌های بیمه‌گری در همه رشته فعالیتها است.

جمع‌بندی و پیشنهادها

نحوه تجمیع ریسک‌ها، لحاظ همبستگی و عدم لحاظ ساختار وابستگی بین ریسک‌ها، در تجمیع ریسک‌ها نتایج متفاوتی از تخمین حداقل سرمایه لازم برای موسسه بیمه را بدنبال دارد. بنابراین، در این پژوهش جهت آزمون این فرضیه، ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه در رشته فعالیت‌های مختلف در دو حالت تجمیع شده است. در حالت اول تجمیع ریسک‌ها با روش ساده خطی و عدم لحاظ ساختار وابستگی بین آنها، انجام شده است. در حالت دوم، تجمیع ریسک‌ها با لحاظ ساختار وابستگی بین ریسک‌ها با استفاده از انواع توابع مفصل با دو رویکرد متفاوت تجمیع همزمان (با توابع مفصل بیضوی و ارشمیدسی) و تجمیع سلسله مراتبی (با توابع مفصل ارشمیدسی سلسله مراتبی) انجام شده است. نتایج تحقیق نشان میدهد ساختار وابستگی بین ریسک‌ها غیرخطی است و حداقل سرمایه لازم برآورد شده در روش‌های مختلف تجمیع به علت تفاوت نوع ساختار وابستگی مدلسازی شده، تفاوت اساسی باهم دارند

مقایسه نتایج تجمیع ریسک‌ها با توابع مفصل کلایتون و جوی در دو رویکرد تجمیع همزمان و تجمیع سلسله مراتبی نشان میدهد که حداقل سرمایه لازم برآورد شده با توابع مفصل مذکور در رویکرد تجمیع سلسله مراتبی به مراتب کمتر از رویکرد تجمیع همزمان ریسک‌ها است. لذا میتوان نتیجه گرفت که استفاده از این نوع توابع مفصل ارشمیدسی سلسله مراتبی در برآورد حداقل سرمایه لازم، توانگری مالی موسسات بیمه را بیشتر از حد برآورد شده با رویکرد تجمیع همزمان و تجمیع خطی مدل استاندارد آیین نامه ۶۹ نشان خواهد داد.

منابع و ماخذ

بیمه، شورای عالی. آیین نامه شماره ۶۹- آیین نامه نحوه محاسبه و نظارت بر توانگری مالی موسسات بیمه. تهران: بیمه مرکزی جمهوری اسلامی ایران،(۱۳۹۰).

صفری، امیر؛ مطالعه و طراحی سیستم نظارت مالی بر موسسات بیمه ایرانی با استفاده از تجربه سایر کشورها. تهران: پژوهشکده بیمه، (۱۳۹۲).

Czado; C.; Kastenmeier; R.; Brechmann; E. C.; Min; A. (۲۰۱۲). A mixed copula model for insurance claims and claim sizes. Scandinavian Actuarial Journal, ۲۰۱۲(۴), ۲۷۸-۳۰۵.

Dhaene; J.; Denuit; M.; Goovaerts; M. J.; Kaas; R.; Vyncke; D. (۲۰۰۲). The concept of comonotonicity in actuarial science and finance: theory. Insurance: Mathematics and Economics, ۳۱(۱), ۳-۳۳.

Embrechts; P.; Mcneil; E.; Straumann; D. (۱۹۹۹). Correlation: pitfalls and alternatives. In Risk Magazine., ۱۲, ۶۹-۷۱.

Forsberg; M. O. (۲۰۱۰). Solvency II/SST and Modeling of Risk Aggregation.

Li; J. (۲۰۰۶). Modelling dependency between different lines of business with copulas. Centre for Actuarial Studies, Department of Economics, University of Melbourne.

Nakada; P.; Shah; H.; Ugur Koyluoglu; H.; Collignon; O. (۱۹۹۹). P&C RAROC: A catalyst for improved capital management in the property and casualty insurance industry. The Journal of Risk Finance,۱(۱), ۵۲-۶۹.

Nguyen; T.; Molinari; R. D. (۲۰۱۱). Risk Aggregation by Using Copulas in Internal Models. Journal of Mathematical Finance, ۱(۰۳), ۵۰.

Okhrin; O.; Okhrin; Y.; Schmid; W. (۲۰۱۳). On the structure and estimation of hierarchical Archimedean copulas. Journal of Econometrics, ۱۷۳(۲), ۱۸۹-۲۰۴.

Rosenberg; J.; Schuermann; T. (۲۰۰۴). Integrated risk management using copulas. Preprint, Federal Reserve Bank of New York.

Savelli; N.; Clemente; G. P. (۲۰۱۱). Hierarchical structures in the aggregation of premium risk for insurance underwriting. Scandinavian Actuarial Journal, ۲۰۱۱(۳), ۱۹۳-۲۱۳.

Shi; P.; Frees; E. W. (۲۰۱۱). Dependent loss reserving using copulas. Astin Bulletin, ۴۱(۰۲), ۴۴۹-۴۸۶.

Sklar; M. (۱۹۵۹). Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges. Université Paris ۸.

Tang; A.; Valdez; E. A. (۲۰۰۹). Economic capital and the aggregation of risks using copulas. Available at SSRN ۱۳۴۷۶۷۵..