



Capital requirements for non-life insurance of Iran insurance company using the copula model

Elham Alizadeh¹, Jafar Haghighat^{2,*}, Hosein asgharpur³, Zahra Karimi Takanlu⁴

¹ PhD candidate, Faculty of Economics and Management, University of Tabriz, Tabriz, Iran.

² professor, Department of Economic Sciences, Faculty of Economics and Management, University of Tabriz, Tabriz, Iran.

³ professor, Department of Economic Sciences, Faculty of Economics and Management, University of Tabriz, Tabriz, Iran.

⁴ professor, Department of Economic Sciences, Faculty of Economics and Management, University of Tabriz, Tabriz, Iran.

ARTICLE INFO

KEYWORDS:

Capital requirements
Copula
Economic capital
Non-life insurance
R-Vine copula
Value at risk

ABSTRACT

BACKGROUND AND OBJECTIVES: The deviation between risk capital under standard models and its actual amount can pose multiple challenges for insurers. Although the objective of regulatory requirements is to limit insurer risk, these regulations, due to their general nature, are not always applicable to the specific conditions of each company. The standard formula usually operates conservatively and obligates insurers to hold more risk capital than the actual need, which reduces the potential return on equity. Therefore, improving the method of calculating the required capital beyond the standard formula to better describe the effect of risk diversification is essential. In other words, designing alternative approaches and quantifying potential deviations from regulatory standard models should be of concern to insurance managers, legislators, and public policymakers. The aim of this article is to provide a structured model for determining the capital requirements of non-life insurance companies using monthly claims data. To this end, an alternative modeling approach for insurance risk aggregation is proposed, considering two main aspects: the neglect of nonlinear dependencies and company-specific risk parameters. In fact, this model empirically demonstrates the existing gap between the required capital under standard models and capital calculated using alternative approaches. According to this, first, the marginal distribution of each line of business in the insurance portfolio must be parametrically specified to reflect the distributional characteristics of each risk factor. Then, the estimated marginal distributions are aggregated considering the dependency structures between risk factors. It is important to note that the presented modeling approach can be interpreted as a sensitivity analysis of the regulatory framework for capital calculation addressing two often-raised criticisms.

METHODS: To calculate insurance risk, which is the main risk factor in insurance companies, the actual portfolio of the insurance company was considered. To avoid computational complexity, among non-life insurance lines, those with the largest share of premium in the year 1402 were used, namely: third-party liability, Car Body, accident, liability, and fire. The data include monthly paid claims for five lines in the actual portfolio of Iran Insurance Company from 1395:1 to 1402:8. To estimate the marginal copula functions under the individual risk model, various parametric distributions commonly used in actuarial and operational risk fields were fitted. The appropriate distribution for each claims process was determined based on goodness-of-fit tests and the Akaike information criterion. Dependencies between lines were modeled using different copula functions. Three statistical criteria, including the log-likelihood function, Akaike information criterion, and Bayesian Schwarz criterion, were used to select the best-fitting model among the estimated copulas. Then, based on the selected copula function and its corresponding dependency structure, n pairs of data were simulated. The simulated variables were aggregated to establish the total loss distribution under the multivariate copula. Finally, in the alternative model, the economic capital was calculated using the Value-at-Risk risk measure.

FINDINGS: The analysis of the statistical properties of the data used shows that all insurance lines exhibit right skewness and greater kurtosis compared to the normal distribution, indicating the presence of heavy tails in the examined time series. Therefore, the normal distribution is not a suitable distribution for modeling insurance risk. The parameter estimation results of theoretical distributions indicate that the log-normal distribution is the best fit for the historical claim data in four lines: accident, fire, Car Body, and third-party liability, while the generalized Pareto distribution is the best fit for the liability insurance line. It is observed that the most appropriate copula function, based on the highest maximum likelihood value and the lowest information criteria, for interpreting dependency in the insurance portfolio, is the R-Vine copula, which outperforms other copula functions. The size of insurance risk based on real data for the year 1402, according to the risk coefficients in Regulatory Directive No. 69, is approximately 265,235,960 trillion IRR. In the alternative model, which is a combined model of the R-Vine copula with using the Value-at-Risk measure, the results show that the standard model estimates the required insurance risk capital to be on average 25.6% higher than the alternative model at various confidence levels.

CONCLUSION: The overestimation of capital requirements identified in standard models suggests that insurers can significantly reduce their risk capital by taking into account nonlinear dependencies and their own firm-specific risk parameters. Hence, based on empirical observations, it is recommended that regulators incorporate dependency assumptions to reduce discrepancies between the risk capital derived from the standard model and its actual magnitude.

Iran. J. Insur. Res., **(*) : *-*, ***** **



Iranian Journal of Insurance Research
(IJIR)

Homepage: <https://ijir.irc.ac.ir/?lang=fa>



الزامات سرمایه برای بیمه غیر زندگی شرکت سهامی بیمه ایران با استفاده از مدل کاپولا

الهام علی‌زاده^۱، جعفر حقیقت^{۲*}، حسین اصغریور^۳، زهرا کریمی تکانلو^۴

^۱ دانشجوی دکتری، دانشکده اقتصاد و مدیریت، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران.

^۲ استاد، گروه علوم اقتصادی، دانشکده اقتصاد و مدیریت، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران.

^۳ استاد، گروه علوم اقتصادی، دانشکده اقتصاد و مدیریت، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران.

^۴ استاد، گروه علوم اقتصادی، دانشکده اقتصاد و مدیریت، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران.

چکیده

پیشینه و اهداف: هدف این مقاله، ارائه مدلی ساختارمند برای تعیین الزامات سرمایه‌ای شرکت بیمه غیرزندگی از طریق داده‌های خسارت ماهانه است. بدین منظور، مدلسازی جایگزین برای تجمع ریسک بیمه‌گری، با توجه به دو جنبه‌ی اصلی مطرح‌شده، یعنی عدم توجه به وابستگی‌های غیرخطی و پارامترهای ریسک خاص شرکت صورت گرفته است. در واقع، این مدل به صورت تجربی شکاف موجود بین سرمایه مورد نیاز تحت مدل‌های استاندارد و سرمایه تحت رویکردهای جایگزین را نشان می‌دهد. بر این اساس، ابتدا باید توزیع حاشیه‌ای هر رشته در پرتفوی بیمه‌گری به صورت پارامتری مشخص شود تا ویژگی توزیعی هر عامل ریسک را منعکس کند. سپس، حاشیه‌های توزیع برآورد شده را با در نظر گرفتن ساختارهای وابستگی بین عوامل ریسک جمع می‌گردد. توجه به این نکته مهم است که رویکرد مدل‌سازی ارائه شده، می‌تواند به عنوان تحلیل حساسیت چارچوب قانونی محاسبه سرمایه الزامی تفسیر شود که به دو انتقاد اغلب مطرح شده می‌پردازد.

روش‌شناسی: داده‌ها شامل خسارت پرداختی ماهانه پنج رشته فعالیت در پرتفوی واقعی شرکت سهامی بیمه ایران طی دوره زمانی ۱۳۹۵:۱ - ۱۴۰۲:۸ است. به منظور برآورد توابع حاشیه‌ای کاپولا تحت مدل ریسک فردی، توزیع‌های پارامتری مختلف که اغلب در زمینه ریسک اکچوئری و عملیاتی استفاده می‌شوند، مورد برازش قرار گرفت. توزیع مناسب هر فرآیند خسارت بر اساس آزمون خوبی برازش و معیار آکائیک تعیین می‌گردد. وابستگی بین رشته‌ها با استفاده از توابع کاپولا مختلف مدلسازی شده است. سه معیار آماری شامل تابع حداکثر درست‌نمایی، معیار آکائیک و معیار شوارتز بیزین برای تعیین مناسب‌ترین مدل از میان توابع تخمین زده شده، مقایسه می‌گردد. سپس، با استفاده از تابع کاپولای انتخابی و ساختار وابستگی متناظر با آن، تعداد n جفت داده شبیه‌سازی می‌شود. متغیرهای شبیه‌سازی شده تجمع می‌گردد تا توزیع زبان کل تحت کاپولای چند متغیره ایجاد شود. سرانجام، در مدل جایگزین سرمایه اقتصادی با استفاده از معیار ارزش در معرض ریسک محاسبه می‌گردد.

یافته‌ها: فرمول استاندارد بیمه‌گران را ملزم می‌کند که سرمایه بیشتری نسبت به نیاز واقعی نگهداری کنند. بنابراین، استفاده از این فرمول بازده بالقوه حقوق صاحبان سهام را کاهش می‌دهند. اندازه ریسک بیمه‌گری با داده‌های واقعی سال ۱۴۰۲ را بر اساس ضرایب ریسک آیین نامه شماره ۶۹ در حدود ۲۶۵.۲۳۵۹۶۰ هزار میلیارد ریال است. در مدل جایگزین که یک مدل ترکیبی از کاپولای $R+$ Vine با شاخص ریسک ارزش در معرض ریسک محاسبه گردید، بر اساس نتایج حاصل، مدل استاندارد میزان سرمایه الزامی ریسک بیمه‌گری را در سطوح اطمینان مختلف به طور متوسط ۲۵.۶ درصد بیش از مدل جایگزین تخمین می‌زند.

کلمات کلیدی:

الزامات سرمایه

بیمه غیرزندگی

سرمایه اقتصادی

سنجه ارزش در معرض ریسک

کاپولا

کاپولای R-Vine

نتیجه گیری: بیش برآورد الزامات سرمایه که در مدل های استاندارد شناسایی می شود، نشان می دهد بیمه گران می توانند با در نظر گرفتن وابستگی غیرخطی و پارامترهای ریسک خاص خود، سرمایه ریسک را به میزان قابل توجهی کاهش دهند. لذا، بر اساس مشاهدات تجربی پیشنهاد می گردد قانون گذار باید مفروضات وابستگی را برای کاهش انحرافات بین سرمایه ریسک تحت مدل استاندارد و اندازه واقعی آن لحاظ نماید.

مقدمه

پس از بحران مالی ۲۰۰۸، نظارت بر تأمین سرمایه الزامی به یکی از وظایف مهم مدیریت مرکزی در صنعت بیمه و بانکداری تبدیل شده است. نوع نظارت نهادهای قانون گذار، درجه و میزان آن در صنعت بیمه هر کشور به ماهیت سیستم نظارتی آن کشور بستگی دارد (Eling & Jung, 2020). بدین منظور، انواع استانداردهای نظارتی در صنعت بیمه کشورهای مختلف وجود دارند که اخیراً توسعه یافته یا تجدید نظر شده اند.

عملکرد چهارچوب های نظارتی بدین گونه است که ریسک های دارایی و بدهی را تجمیع می کنند تا از بیمه گر در برابر زیان های همزمان در یک موقعیت استرس زا محافظت کند و مانع ورشکستگی آن شود. توزیع چنین ریسک هایی، به ویژه بین عوامل ریسک متفاوت است. با این حال، علی رغم تفاوت های قابل توجه در توزیع های ریسک، مدل های استاندارد نظارتی از بیمه گران می خواهند که آنها را تحت فرض وابستگی خطی با پارامترهای همبستگی از پیش تعریف شده تجمیع کنند. استفاده ضرایب همبستگی خطی مستلزم فروض توزیعی مطمئنی است (فرض توزیع نرمال) که در تجمیع ریسک های بیمه ای همخوانی ندارد (شهریار، ۱۳۹۵). بنابراین، هر چند هدف قوانین نظارتی، محدود کردن ریسک بیمه گران می باشد، اما قوانین مذکور به علت ماهیت کلی آنها، همیشه قابل اجرا برای شرایط خاص هر شرکت نیستند (نیاکان و عطاطلب، ۱۴۰۲). این محدودیت ها موجب می شود تا مؤسسات بیمه در کشورهای مختلف به دنبال بررسی و مطالعه جایگزین های مدل های استاندارد نظارتی در قالب مدل های ریسک داخلی باشند. پس، بهبود روش محاسبه سرمایه الزامی برای توصیف اثر تنوع سازی ریسک بسیار ضروری است.

به طور کلی، ماهیت ریسکی فعالیت مؤسسات بیمه (عملیات بیمه گری و سرمایه گذاری) باعث شده تخمین دقیق توزیع توأم (تجمیع) ریسک ها در مؤسسات بیمه برای قیمت گذاری صحیح بیمه نامه ها، تعیین میزان نگهداری ذخایر فنی و ارزیابی توانگری مالی و دیگر تصمیم های مهم مؤسسات، بسیار با اهمیت جلوه نماید (میرباقری جم و همکاران، ۱۳۹۴). همچنین امروزه، بیمه نیز به منزله یک منبع مهم تأمین مالی و سرمایه گذاری نقش مهمی در اقتصاد کشور ایفا می کند. به این ترتیب، سرمایه گذاری از محل سرمایه و ذخایر فنی، یکی از وظایف مهم شرکت های بیمه است. سرمایه گذاری، شرکت های بیمه را قادر می سازد تا زیان تعهد شده احتمالی خود را پوشش داده و سود قابل ملاحظه کسب کنند (Sarlak et al., 2013). بنابراین، مدل سازی ساختارهای وابستگی ریسک ها برای مدیریت ریسک حیاتی است و به ویژه برای فرآیند تجمیع ریسک از اهمیت بیشتری برخوردار است. هدف از تجمیع ریسک، محاسبه سرمایه اقتصادی تجمعی است. سرمایه اقتصادی، معادل سرمایه ای است که یک شرکت (بیمه گری) باید نگه دارد تا احتمال ورشکستگی را محدود کند که بر اساس فرمول استاندارد یا با استفاده از یک مدل داخلی با استفاده از تکنیک های ارزش در معرض خطر^۱ محاسبه می شود.

روش های مختلفی برای تجمیع ریسک وجود دارد. در تجمیع خطی ریسک، تنها اطلاعات مورد نیاز، برآورد سرمایه اقتصادی هر ریسک و ضریب همبستگی بین جفت ریسک ها است. رایج ترین رویکرد برای تجمیع خطی ریسک ها، رویکرد ماتریس وارینانس-کوواریانس است. اگرچه این یک مفهوم نسبتاً شناخته شده است که از نظر محاسباتی راحت است، اما همبستگی های خطی نمی توانند تمام ویژگی های خاص الگوی وابستگی بین ریسک ها را مدل سازی کنند. روش های تجمیع مبتنی بر مدل کاپولا از جمله روش های نوینی است که بر توزیع مشترک همه ریسک های منفرد وابسته است. توابع کاپولا ابزار مناسبی برای اندازه گیری وابستگی ریسک های مختلف است و نسبت به روش ساده و خطی تجمیع کارتر است. از جمله مزایای تجمیع ریسک با توابع کاپولا این است که می توان ساختار و اندازه وابستگی بین ریسک ها را بر اساس توزیع حاشیه ای هر یک از آنها تعیین کرد. همچنین، با تعیین توزیع توأم همه ریسک ها، امکان برآورد دقیق تر حداقل سرمایه لازم بنگاه نسبت به روش تجمیع خطی فراهم می شود (میرباقری جم و همکاران، ۱۳۹۴).

در صنعت بیمه ایران، شرکت های بیمه طبق «آیین نامه شماره ۶۹ شورای عالی بیمه» موظف اند، نسبت توانگری مالی خود را هر ساله محاسبه و به همراه صورت های مالی خود برای اخذ تأییدیه به بیمه مرکزی ج.ا.ا ارسال کنند. بر اساس پژوهش شهریار (۱۳۹۵)، بر مدل توانگری ایران ایرادات زیادی وارد است. روش محاسبه توانگری مالی ایران با استفاده از روش ساده ضرایب ثابت و ساده کامپین بر مبنای ضرایب خسارت سالانه و توزیع نرمال محاسبه می شود. در نتیجه این ضوابط، توانگری مالی شرکت های بیمه بزرگ و کوچک به طور مشابه و با ضرایب ریسک مشابه سنجدیده می شود که موجب تورش محاسبات توانگری مالی شرکت های بیمه کوچک می شود. انحراف بین سرمایه ریسک تحت مدل های استاندارد و اندازه واقعی آن می تواند چالش هایی زیادی برای بیمه گران به همراه داشته باشد. فرمول استاندارد محافظه کارانه عمل می کند و بیمه گران را ملزم به نگهداری سرمایه

¹ Value at risk

ریسک بیشتر از نیاز واقعی می‌کند که باعث کاهش بازده بالقوه سهام می‌شود. بنابراین، طراحی رویکردهای جایگزین و کمی کردن انحرافات بالقوه از مدل‌های استاندارد نظارتی باید مورد توجه، مدیران بیمه، قانون‌گذاران و سیاست‌گذاران عمومی باشد.

این تحقیق بر تجمیع ریسک‌ها در بیمه غیر زندگی تمرکز داشته و سرمایه اقتصادی متناظر را برای شرکت سهامی بیمه ایران با استفاده از تعیین متناسب‌ترین نوع تابع کاپولا برآورد می‌کند. مدل جایگزین ارائه شده برای تجمیع ریسک که در مدل‌های داخلی قابل استفاده است، با توجه به دو جنبه‌ی اصلی مطرح‌شده، یعنی عدم توجه به وابستگی‌های غیرخطی و پارامترهای ریسک خاص بنگاه محاسبه می‌شود. در واقع، این مدل به صورت تجربی شکاف موجود بین سرمایه مورد نیاز توسط مدل‌های استاندارد و مدلی جایگزین که وابستگی‌های غیرخطی و پارامترهای ریسک خاص بنگاه را در نظر می‌گیرد، نشان می‌دهد. توجه به این نکته مهم است که رویکرد مدل‌سازی ارائه شده، یک مدل داخلی کامل نیست بلکه می‌تواند به عنوان تحلیل حساسیت چارچوب قانونی محاسبه سرمایه الزامی تفسیر شود که به دو انتقاد اغلب مطرح شده می‌پردازد.

به طور کلی، بیمه زندگی و بیمه غیرزندگی دو نوع شناخته‌شده بیمه هستند. اما یک مسئله اصلی در تعیین الزامات سرمایه^۱، متغیرهای با ابعاد بالا است. از این رو، این مقاله عمدتاً بر بیمه غیرزندگی تمرکز دارد، چون که ماهیت بیمه در این بخش شامل رشته کسب‌وکار متنوعی است که برای مدل‌سازی داده‌های چندبعدی مناسب می‌باشد. در بین توابع کاپولای مختلف، به منظور تعیین وابستگی از کاپولای با ابعاد بالا استفاده شده است که این امکان را می‌دهد که الگوهای وابستگی پیچیده با بهره‌گیری از انواع متنوع کاپولای دومتغیره به عنوان اجزای سازنده کاپولای و این مدل‌سازی کنیم. بنابراین، امکان برآورد سرمایه اقتصادی را با دقت بیشتری نسبت به سایر کاپولای‌های پارامتری مانند کاپولای‌های بیضوی و ارشیمیدسی فراهم می‌آورد که حتی از روش تجمیع خطی نیز دقیق‌تر است.

از این رو، هدف این مقاله ارائه مدلی ساختارمند برای تعیین الزامات سرمایه‌ای شرکت بیمه غیرزندگی از طریق داده‌های خسارت ماهانه است. بدین منظور، مدل‌سازی جایگزین برای تجمیع ریسک بیمه‌گری، با توجه به دو جنبه‌ی اصلی مطرح‌شده، یعنی عدم توجه به وابستگی‌های غیرخطی و پارامترهای ریسک خاص شرکت صورت گرفته است و در پی پاسخ به این سوال‌ها است که الزامات سرمایه در شرکت سهامی بیمه ایران چگونه تحت تأثیر این دو انتقاد اغلب مطرح شده قرار می‌گیرد؟ در واقع، به صورت تجربی شکاف موجود بین سرمایه مورد نیاز تحت مدل‌های استاندارد و سرمایه تحت رویکردهای جایگزین به چه میزان خواهد بود؟ در این راستا، ادامه مقاله به شکل زیر سازماندهی می‌گردد: در بخش‌های بعدی به ترتیب، مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش و روش‌شناسی پژوهش ارائه می‌گردد. به دنبال آن بخش نتایج و بحث بیان می‌شود. در آخر، بخش جمع‌بندی و پیشنهادها ارائه می‌شود.

مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش:

بیمه‌گران معمولاً همزمان در چندین رشته^۲ فعالیت می‌کنند. لذا برای در نظر گرفتن اثرات تنوع‌سازی ریسک‌ها، باید یک مخزن ریسک تشکیل شود و در برآورد ریسک کل و سرمایه الزامی باید عوامل ریسک مختلف تجمیع گردد. به عبارت دیگر، در فعالیت‌های بیمه‌گری مؤسسات، موضوع تجمیع ریسک^۳ (تخمین توزیع توأم ریسک‌ها) بسیار مهم است. در اینجا هر رشته فعالیت بیمه، معادل یک عامل ریسک می‌باشد. از این رو، نقطه شروع فرآیند تجمیع ریسک، تعیین توزیع کل عوامل ریسک فردی است. در این سطح از تجمیع، هر توزیع حاشیه‌ای باید به صورت پارامتری مشخص شود که ویژگی توزیعی هر عامل ریسک را منعکس کند. سپس، حاشیه‌های برآورد شده با در نظر گرفتن ساختارهای وابستگی بین عوامل ریسک تجمیع می‌شود. مدل‌های کاپولا بر اساس تئوری اسکالر (Sklar, 1959)، به طور گسترده برای تجمیع ریسک از طریق تبدیل توزیع‌های ناهمگن به توزیع‌های یکنواخت به کار برده می‌شوند (Eling & Jung, 2020). به‌ویژه، مدل‌های وابستگی با ابعاد بالا که اخیراً توسعه یافته و در زمینه‌های مختلف مطالعاتی به کار گرفته شده‌اند. در این بخش، ادبیات تجربی درباره کاربرد مدل‌های مختلف توابع کاپولا در برآورد سرمایه مورد نیاز و تحلیل حساسیتی از مدل‌های استاندارد توانگری بررسی می‌گردد.

نگوین و مولیناری (Nguyen & Molinari, 2011) در مقاله‌ای بررسی کرده‌اند که آیا دستورالعمل جدید توانگری مالی II^۴، مفهوم دقیقی برای در نظر گرفتن وابستگی بین ریسک‌ها تشکیل می‌دهد یا باید تعدیل‌های بیشتری انجام شود. بدین منظور روش تجمیع ریسک را از طریق کاربرد نسبت‌های وابستگی پیشنهادی مانند ضریب همبستگی، همبستگی رتبه اسپیرمن، کاپولا و غیره مورد بحث قرار داده‌اند. بیان کردند، گرچه مفهوم کاپولا به صراحت در دستورالعمل مزبور ذکر نشده است، اما همچنان امکان اعمال آن وجود دارد. از آنجایی که توابع کاپولا مدل‌سازی جداگانه ریسک‌ها و وابستگی‌های بین آنها را امکان‌پذیر می‌سازد، در صورت استفاده از آنها می‌توان تأثیر ساختارهای وابستگی (متفاوت) بر سرمایه مورد نیاز توانگری را بررسی کرد. همچنین، ساختارهای وابستگی مختلف را می‌توان از یک سو از طریق پارامترهای اصلاح شده تابع کاپولا و از سوی دیگر از طریق انتخاب یک خانواده کاپولا کاملاً متفاوت مدل کرد.

¹ Capital requirement

² lines of business (LOB)

³ Risk aggregation

⁴ Solvency II

دایرز و همکاران (Diers et al., 2012) در مقاله‌ای مدل‌سازی ساختار وابستگی ریسک‌های بیمه غیرزندگی را با استفاده از داده‌های ضریب خسارت آلمان در مورد بیمه خسارت طوفان، سیل و آب بررسی کردند. برای ارزیابی تناسب مدل کاپولای برنشتاین در مقایسه با سایر کاپولاهای پرکاربرد (بیضوی پارامتری و ارشمیدسی، و همچنین سایر کاپولاهای ناپارامتریک) و نشان دادن امکان استفاده از آن توابع در زمینه شبیه‌سازی، یک تحلیل برازشی انجام داده‌اند. در نهایت، مقاله تأکید می‌کند که توجه ویژه به مدل‌سازی صحیح وابستگی‌ها در بیمه‌های غیرزندگی، به کاهش سرمایه مورد نیاز برای پوشش ریسک‌ها کمک می‌کند و اهمیت زیادی برای مدیریت ریسک و فرآیندهای بیمه‌گری دارد. بر اساس نتایج این مقاله، استفاده از کاپولای برنشتاین راهکار مناسبی برای مدل‌سازی وابستگی بین خسارات بیمه‌های غیرزندگی است و این مدل می‌تواند با انعطاف‌پذیری بالا وابستگی‌های پیچیده را به خوبی نشان دهد که منجر به تحلیل دقیق‌تر ریسک و مدیریت بهتر سرمایه در شرکت‌های بیمه می‌شود. بنابراین، کاپولای برنشتاین یک گزینه مناسبی برای مدل‌سازی ساختارهای وابستگی در مدل‌های داخلی ریسک است.

الینگ و یونگ (Eling & Jung, 2020)، یک چارچوب جایگزین را برای تجمیع ریسک در بیمه‌های غیرزندگی با لحاظ وابستگی غیرخطی و پارامترهای خاص شرکت از طریق توابع کاپولای واین ارائه داده‌اند و آن را در دو مجموعه داده واقعی (بیمه‌گر کره‌ای و آلمانی) انجام دادند. در مطالعه، بر روی ریسک بازاری و بیمه‌گری تمرکز کردند که دو عامل اصلی ریسک در بیمه‌های غیرزندگی است. بدین منظور داده‌ها بر اساس پرتفوی واقعی برای هر دو دارایی و بدهی در نظر گرفته شده است. به طور تجربی مدل ریسک جایگزین را با سه مدل استاندارد نظارتی (سرمایه مبتنی بر ریسک کره، توانگری مالی II، آزمون توانگری سوئیس) مقایسه کرده و نشان می‌دهد که مدل‌های استاندارد به طور متوسط بیش از ۵۰ درصد، الزامات سرمایه بالاتری ایجاد می‌کنند. همچنین بیان شده که بیش برآورد مدل‌های استاندارد، نیمی ناشی از انتخاب پارامتر یکنواخت تحمیل شده توسط مقررات و نیمی دیگر از فرض همبستگی خطی حاصل می‌شود.

عبد متلیپ و همکاران (Abd Mutalip et al., 2024)، در پژوهشی به تعیین سرمایه الزامی مناسب برای شرکت‌های بیمه غیرزندگی پرداخته و یک مدل تجربی مبتنی بر داده‌های واقعی پیشنهاد داده است. این مدل ترکیبی از معیارهای ریسک محبوب مانند VaR و TVaR با مدل کاپولای D-Vine است. برای محاسبه الزامات سرمایه از نسبت‌های خسارت که با استفاده از داده‌های خسارت‌های واقع شده و حق بیمه کسب شده شرکت‌ها در چهار رشته بیمه‌ای غیرزندگی استفاده می‌شود. نتایج نشان می‌دهد، از طریق ترکیب ریسک‌های مرتبط، ریسک‌های پرتفوی احتمالی بیمه‌گر می‌تواند کاهش یابد.

کشاورز حداد و حیرانی (۱۳۹۳) در مطالعه‌ای سعی کردند ساختار وابستگی بین دو شاخص قیمتی محصولات شیمیایی و دارویی در بورس تهران با استفاده از توابع کاپولا مشخص شود. ارزش در معرض ریسک سبد متشکل از این دو شاخص، با توجه به ساختار وابستگی بین آن‌ها تحت رهیافت Copula-GARCH برآورد گردید و با مدل‌های مشابه مقایسه شد. به عبارتی، در این مقاله توزیع توأم با استفاده رهیافت کاپولا و مدل‌سازی توزیع‌های حاشیه‌ای از مدل واریانس ناهمسانی شرطی تعمیم یافته استفاده شده است. در نهایت، نتایج حاصل از برآورد ارزش در معرض ریسک سبد دارایی نشان می‌دهد که در برآورد ارزش در معرض ریسک سبد دارایی متشکل از دو شاخص مدل GJR-GARCH-st-Copula-Gumbel بیشترین دقت و کفایت را دارد.

میرباقری جم و همکاران (۱۳۹۴)، ریسک‌های بیمه‌گری در صنعت بیمه ایران را به عنوان یک مؤسسه بیمه فرضی بزرگ و فعال در همه رشته فعالیت‌های بیمه‌ای با استفاده از کلاس‌های مختلف توابع کاپولای واین، تجمیع کردند. در این پژوهش از داده‌های نسبت خسارت رشته فعالیت‌های مختلف طی سال‌های ۱۳۵۴-۱۳۹۲ منتشره از سایت بیمه مرکزی استفاده شده است. به طور قابل توجهی سرمایه اقتصادی برآورد شده^۱ برای کل صنعت بیمه در میان معیارهای ریسک مختلف و مدل‌های کاپولای واین متفاوت است. نتایج تجمیع و مدل‌سازی ساختار وابستگی ریسک‌های بیمه‌گری با داده‌های ضریب نشان می‌دهد که سرمایه اقتصادی تجمعی برآورد شده در معیارهای ریسک مختلف و مدل‌های کاپولای واین متفاوت است، همچنین انتخاب مدل کاپولای مناسب در فرآیند تجمیع ریسک یک مورد مهم است. استفاده از روش کاپولای واین در فرآیند تجمیع ریسک منجر به برآورد بیش از حد ضریب ریسک RBC می‌شود. در آخر، سرمایه اقتصادی برآورد شده کمتر از مقدار محاسبه شده بر اساس مدل استاندارد آیین نامه ۶۹ بیمه مرکزی با داده‌های سال ۱۳۹۲ است.

مظلومی و همکاران (۱۳۹۷) در مقاله‌ای که هدف اصلی آن، تعیین سطحی از سرمایه است که بتواند انتظارات متعارض سهام‌داران و نهاد ناظر را پاسخ دهد، با استفاده از داده‌های آماری ضرایب خسارت دوره زمانی ۱۳۷۰-۱۳۹۶ چهار شرکت بیمه، سرمایه الزامی از منظر انتظارات بیمه مرکزی (مدل استاندارد)، با استفاده از روش ارزش در معرض ریسک (روش پارامتری واریانس-کواریانس) و به صورت مدل‌سازی داخلی محاسبه کردند. در این مقاله، رویکرد محاسبه ضرایب ریسک بیمه‌گری، رویکرد مؤسسه بین‌المللی آکچوئری^۲ است. همچنین، مدل‌سازی ریسک بازار با استفاده از مدل‌های GARCH می‌باشد. به دلیل نبود داده کافی، برای دو نوع ریسک اعتبار و نقدینگی، از ضرایب اصلاح شده مدل آیین نامه شماره ۶۹ شورای عالی بیمه، مندرج در پژوهش شهریار (۱۳۹۵) استفاده شده است. بنابراین برای تعیین مقدار بهینه سرمایه برای شرکت‌های بیمه‌ای، ابتدا با استفاده از

¹ Economic capital

² IAA

معيار var ، سرمایه الزامی برای ريسک‌های بیمه گری و بازار را برآورد کرده‌ایم. هزینه سرمایه بر اساس مدل CAPM و برای دستیابی به نتیجه نهایی تحلیل هزینه-فایده استفاده شده است.

شیرکوند و همکاران (۱۳۹۸)، در پژوهشی تحت عنوان "قیمت گذاری محصولات بیمه ای و محاسبه حاشیه توانگری مالی شرکت بیمه با استفاده از روش نسبت انحراف بالقوه از میانگین" ضمن محاسبه حق بیمه منصفانه، بر اساس اصل برابری، به محاسبه توانگری مالی شرکت بیمه به روش جدید نسبت انحراف بالقوه از میانگین پرداخته‌اند. در این روش، ابتدا توزیع آماری واقعی دو متغیر فراوانی و شدت خسارت برآورد شده، سپس بر پایه اصل برابری حق بیمه منصفانه محاسبه شده است. در مرحله بعد، مقدار انحراف بالقوه از میانگین لازم برای افزایش توانگری مالی شرکت بیمه به دست آمده است. یافته‌های تحقیق نشان می‌دهد که برای دستیابی شرکت بیمه به توانگری مالی بیشتر، مقداری که از روش جدید به دست می‌آید، متفاوت از مقداری است که با فرض نرمال بودن داده‌ها این مقادیر محاسبه می‌شوند. این تفاوت‌ها به ویژه برای سطوح اطمینان بیشتر، بسیار حیاتی است.

عقیلی فر و همکاران (۱۴۰۳)، در مقاله‌ای به بررسی حساسیت سرمایه مورد نیاز به ساختار وابستگی در بین خسارت بیمه‌های غیر زندگی در محیط های چند متغیره پرداختند. در این پژوهش از پایگاه داده مربوط به خسارت‌های ماهانه حاصل از پنج رشته بیمه غیر عمر در شرکت سهامی بیمه ایران صورت گرفته است. برای محاسبه همبستگی از روش D-Vine در میان خسارت‌های ناشی از پنج رشته مورد نظر برآورد گردید. نتایج نشان می‌دهد که توجه به وابستگی ضمنی بین زیان‌ها تأثیر زیادی بر کل سرمایه ريسک‌پذیر دارد. در واقع توجه به وابستگی ضمنی بین رشته‌های بیمه‌ای به کاهش سرمایه ۵۰۱ درصدی برای VaR و ۳۰۹ درصدی برای TVaR منجر می‌شود.

مطابق مطالعات انجام گرفته، مدلسازی وابستگی بین ريسک‌ها و خسارات بیمه‌های غیر زندگی یکی از موضوعات مهم در صنعت بیمه و مدیریت ريسک است که نقش کلیدی در بهبود دقت ارزیابی ريسک و تعیین سرمایه لازم دارد. در این زمینه، کاپولاها به عنوان ابزاری قدرتمند برای توصیف ساختارهای وابستگی چندبعدی معرفی شده‌اند. از این رو، در این پژوهش مدل‌های وابستگی چند متغیره متنوعی را در زمینه کاپولا در نظر می‌گیریم، که به ما امکان می‌دهد ابزار تجميع ريسک را با بهترین تطابق با داده‌ها شناسایی کنیم. همچنین، از مجموعه داده واقعی و تجربی شرکت سهامی بیمه ایران برای مقایسه رویکرد جایگزین با چارچوب نظارتی موجود که وابستگی غیر خطی و پارامترهای ريسک خاص عوامل را پوشش نمی‌دهند و منجر بیش برآورد برای شرکت بیمه می‌شود، استفاده می‌شود. برای برآورد پارامترهای مدل کاپولا و شبیه‌سازی تابع توزیع خسارت‌های تجميعی، از نرم‌افزار آماری R ۴.۴.۲ استفاده شد.

جدول ۱: مقایسه توابع کاپولا بیضوی، ارشمیدسی و واین

Table 1: Comparison of Elliptical, Archimedean, and Vine Copula

تابع کاپولا	تعداد پارامتر	مزایا	معایب
گاوسی	$\frac{d(d-1)}{2}$	کاربرد و تفسیر آن ساده است. دارای توزیع حاشیه‌ای نرمال است.	وابستگی دنباله‌ای ندارد. محدود به وابستگی متقارن و خطی است.
t-استیودنت	$\frac{d(d-1)}{2} + 1$	کاربرد و تفسیر آن ساده است. وابستگی دنباله‌ای دارد.	محدود به وابستگی متقارن است.
ارشمیدسی ساده	1	نحوه ساخت آن ساده است. دارای تنوع زیادی از خانواده کاپولا است.	تفسیر ساختار وابستگی تنها با یک پارامتر، دشوار است. ساختار وابستگی نسبت به جایگزشت متغیرها متقارن است.
ارشمیدسی سلسه مراتبی (HAC)	d-1	نحوه ساخت آن با استفاده از توابع مولد کاپولای ارشمیدسی ساده است. دارای ساختار وابستگی دقیق‌تری است.	فقط مجاز به استفاده از خانواده توابع کاپولا ارشمیدسی است. دارای تفسیر دشوار و ساختار پیچیده است.
ساختار کاپولای زوجی (PCC)	$\frac{d(d-1)}{2}$	یک ساختار وابستگی با ابعاد بالا دقیق‌تر است. مجاز به استفاده از هر نوع مدل‌های وابستگی است.	تفسیر ساختار وابستگی دشوار است. هیچ تابع توزیع صریحی ندارد.

چارچوب قانونی: توانگری مالی در صنعت بیمه ایران

شرکت‌های بیمه طبق آیین‌نامه نحوه محاسبه و نظارت بر توانگری مالی مؤسسات بیمه تحت عنوان «آیین نامه شماره ۶۹ شورای عالی بیمه» موظف‌اند، نسبت توانگری مالی خود را به منظور حمایت از بیمه‌گذاران و تضمین ثبات بازارهای مالی و از جمله بازار بیمه هر ساله محاسبه و به همراه صورت‌های مالی خود برای اخذ تأییدیه به بیمه مرکزی ج.ا.ا ارسال کنند (بیمه مرکزی ج.ا.ا، ۱۳۹۰).

نسبت توانگری مالی^۱ طبق فرمول زیر از طریق تقسیم سرمایه موجود بر سرمایه الزامی کل^۲ به دست می آید؛

$$SMR = \frac{\text{مبلغ سرمایه موجود}}{RBC} \times 100 \quad (۱)$$

RBC در حقیقت، ذخیره سرمایه‌ای محسوب می‌شوند که برای پوشش ریسک اصلی که هر دسته به طبقات پایین‌تر تقسیم می‌شود، محاسبه می‌گردد و الزاماً باید به دست شرکت‌های بیمه، در قالب سرمایه نگهداری شوند (شهریار، ۱۳۹۵). مطابق این آیین نامه، نهاد ناظر اعلام داشته که موسسات بیمه موظفند مبلغ RBC خود را طبق فرمول زیر محاسبه کنند:

$$RBC = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 + R_3^2 + R_4^2 + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1, j \neq i}^4 \rho_{ij} R_i^2 R_j^2} \quad (۲)$$

در آن R_1, R_2, R_3 و R_4 به ترتیب سرمایه الزامی ریسک‌های بیمه‌گری، بازار، اعتبار و نقدینگی هستند و از حاصلضرب ریسک‌نماها در ضرایب ریسکی که توسط نهاد ناظر تعیین (ثابت و داده شده) می‌شود و در نهایت ادغام مقادیر ریسک حاصله، محاسبه می‌گردد. این سرمایه معادل سرمایه اقتصادی از دیدگاه ناظر است. سنجه مورد استفاده برای تعیین ضرایب ریسک و در نتیجه سرمایه الزامی شرکت‌های بیمه، Var است (شهریار، ۱۳۹۵). ρ_{ij} نیز ضریب همبستگی بین ریسک i ام و j ام است. در خصوص این ضرایب همبستگی باید گفت که بر اساس قضاوت‌های تجربی و یا الگوبرداری می‌توانند تعیین شوند. مدل‌های مبتنی بر ضرایب/ایستا اغلب همبستگی بین طبقات ریسک یا رشته‌های کسب و کار را صفر، ۲۵٪، ۵۰٪، ۷۵٪ و یا ۱۰۰٪ در نظر می‌گیرند.

در مدل‌های رایج توانگری مالی از ضرایب همبستگی خطی برای مدلسازی ساختار وابستگی ریسک‌ها در سطوح مختلف استفاده می‌شود. این در حالی است که در مدل استاندارد صنعت بیمه کشور همبستگی و وابستگی میان انواع مختلف ریسک در فرمول نهایی در نظر گرفته نشده است ($\rho_{ij}=0$) (شهریار و همکاران، ۱۴۰۲). همچنین، محاسبه سرمایه الزامی در مدل استاندارد نظارتی، بدون لحاظ ویژگی خاص شرکت‌ها با ضرایب ریسک ثابت داده شده، محاسبه می‌گردد که با توجه به صنعت بیمه با شرکت‌ها و رشته‌های ناهمگن، موجب تورش محاسبات توانگری مالی شرکت‌های بیمه می‌شود. همانطور که مشاهده می‌شود، در مدل توانگری ایران، رویه پیشنهادی ساده و از پیچیدگی لازم اجتناب شده است. این امر منجر به محاسبه با دقت کم و افزایش احتمال ورشکستگی شرکت‌های بیمه می‌گردد. همچنین، در سیستم توانگری کشور اجازه استفاده از مدل داخلی به شرکت‌های بیمه داده نمی‌شود و محاسبات با ضرایب ثابت انجام می‌شود که باعث می‌شود شرکت‌ها، واکنش یکسانی نسبت به شوک‌های بیرونی بازار سرمایه و بیمه نداشته باشند (شهریار و همکاران، ۱۴۰۲).

روش‌شناسی پژوهش:

به طور کلی، این مقاله به دنبال نشان دادن شکاف بالقوه بین سرمایه مورد نیاز تحت مدل‌های استاندارد و سرمایه تحت رویکردهای جایگزین با در نظر گرفتن دو جنبه؛ وابستگی غیرخطی و پارامترهای خاص هر شرکت است. از این رو، می‌تواند به عنوان تحلیل حساسیت چارچوب قانونی استاندارد نیز تفسیر شود که به دو انتقاد اغلب مطرح شده می‌پردازد.

به زبان ساده کاپولاها توابعی هستند که توابع توزیع چندمتغیره را به توزیع حاشیه‌ای تک متغیره هر یک از آنها متصل می‌کنند. این توابع بسیار متنوع‌اند و هر یک از آنها بیان‌کننده الگوی خاصی از ساختار وابستگی بین متغیرها است. خانواده‌های معروف توابع کاپولا شامل توابع کاپولا ضربی، بیضوی، تک پارامتری ارشمیدسی، ارشمیدسی سلسله مراتبی^۳ و توابع کاپولا واین (تاکواره‌ای)^۴ است.

دو خانواده اصلی کاپولا بیضوی (گاوسی و t -استیودنت) و کاپولا ارشمیدسی را می‌توان برای حالت دو متغیره، طبقه‌بندی کرد. زمانی که تعداد متغیرها بیش از دو متغیر شود، دامنه انتخاب تابع کاپولا محدود می‌گردد (طیب نیا و همکاران، ۱۴۰۲). وجود چندین محدودیت در مدلسازی ساختار وابستگی بین متغیرهای تصادفی با توابع کاپولا بیضوی و ارشمیدسی تک پارامتری منجر به ایجاد توابع کاپولا جدیدتر شده است. مدل‌های وابستگی با ابعاد بالا که اخیراً توسعه یافته عبارتند از: توابع کاپولا HAC (بر اساس الگوی ساخت آنها، توابع کاپولا ارشمیدسی تو در تو^۵ نیز گفته می‌شود) و کاپولا زوجی^۶ در قالب ساختارهای واین نامیده می‌شود.

اخیراً ساختارهای مبتنی بر ساختارهای سلسله مراتبی از کاپولا PCC مورد استقبال قرار گرفته است. کاپولا PCC در قالب ساختارهای واین، به عنوان روش جایگزین برای مدلسازی الگوهای وابستگی چند متغیره، نخستین بار توسط جو (Joe 1996) ارائه گردید. در حقیقت، ساختارهای

^۱ SMR

^۲ RBC

^۳ Hierarchical Archimedean Colula (HAC)

^۴ vine copula

^۵ NAC

^۶ PCC

توابع کاپولا واین از دل تلاش‌ها برای توسعه و گسترش روش PCC بیرون آمده است. این توابع، یک مدل گرافیکی انعطاف‌پذیر برای توصیف ساختار کاپولاهای چند متغیره با استفاده از کاپولاهای دو متغیره که ساختار کاپولا PCC نامیده می‌شوند را فراهم می‌آورند. به طور کلی، با جفت کردن مجموعه متغیرها برای کاهش بعد و ایجاد یک ساختار وابستگی انعطاف‌پذیر استفاده می‌شود (Bedford & Cooke, 2002) و اجازه می‌دهند رفتار ساختارهای مختلف جفت متغیرها، در فرایند مدلسازی به تقارن و عدم تقارن، میزان وابستگی و وابستگی در دنباله‌ها توجه شود (طیب‌نیا و همکاران، ۱۴۰۲). بنابراین، استفاده از توابع واین کاپولا در مقایسه با دیگر خانواده‌های توابع کاپولا مانند توابع کاپولا گوسی، ارشمیدسی و HAC برای مدل‌سازی ساختار وابستگی دارای مزیت است.

به عبارت دیگر می‌توان گفت: مدل‌های واین مزیت الگوسازی کاپولای چند متغیره یعنی جداسازی الگوسازی حاشیه‌ای و وابستگی و انعطاف‌پذیری کاپولای دو متغیره را با یکدیگر ترکیب می‌نمایند. HAC از دو جنبه بسیار محدودتر از PCC می‌باشد. اولاً، محدودیت شدیدی در درجه وابستگی هر سطح وجود دارد. ثانیاً، همه کاپولاهای دو متغیره در این ساختار باید ارشمیدسی باشند. در حالی که PCC به جفت‌های ارشمیدسی محدود نمی‌شود و جفت‌های دو متغیره ممکن است از هر خانواده‌ای باشند. بنابراین، چندین خانواده ممکن است در یک PCC ترکیب شوند (Berg & Aas, 2009). از نظر دامنه عملکرد، انعطاف‌پذیرتر از HAC است، در حالی که پارامترهای بیشتری برای تخمین زدن دارند.

روش PCC از سه ساختار D-Vine (کاپولا واین قابل رسم)، C-Vine (کاپولا واین کانونی) و R-Vine (کاپولا واین منظم) تشکیل شده است که در بین الگوهای ذکر شده، R-Vine از قدرت و انعطاف بالایی برخوردار است و در اغلب مطالعات استفاده می‌شود (Dissmann et al., 2013). D-Vine ها یک ساختار مسیر مانند داشته و با انتخاب یک رتبه‌بندی خاص بین متغیرها، تشکیل می‌شود. در درخت اول وابستگی از متغیر اول به دوم، دوم به سوم، سوم به چهارم و الی آخر با استفاده از جفت کاپولاهای مدلسازی می‌شوند. در هر درخت هیچ گرهی نمی‌تواند درجه بیش از دو داشته باشد. C-Vine ها یک ساختار ستاره‌ای دارند که در هر درخت آن یک گره آن یک گره ریشه‌ای به دیگر گره‌ها متصل می‌شود. به عبارتی، یک ساختار وابستگی را توصیف می‌کند که در آن یک عامل ریسک اصلی، بقیه عوامل را به هم متصل می‌کند. R-Vine ها ساختار مشخصی ندارد و عوامل ریسک را با توجه به سطح وابستگی به هم مرتبط می‌کند (Dissmann et al., 2013). R-Vine به عنوان یک ساختار کلی‌تر می‌تواند C-Vine و D-Vine را با توجه به ساختار وابستگی متغیرهای تصادفی ترکیب کند (Eling & Jung, 2020).

انجام مراحل زیر برای تشکیل تابع چگالی R-Vin، مورد نیاز است (Dissmann et al., 2013):

مرحله ۱: ساختار درختی (ساختار ارتباطی بین متغیرها) برای شناسایی درختان مرتبط تعیین گردد.

مرحله ۲: نوع کاپولا بین متغیرها به صورت دویه دو مشخص می‌گردد.

مرحله ۳: پارامترهای وابستگی کاپولا برآورد شده مرحله ۲ تخمین زده شوند.

بنابراین، یکی از مراحل مهم استفاده از توابع کاپولا تخمین پارامترهای آن است. تاکنون برای تخمین پارامترهای تابع، روش‌های مختلفی ارائه شده است. روش‌های برآورد پارامتر توابع کاپولا عبارتند از: حداکثر درستنمایی کامل^۱، استنتاج برای حاشیه‌ها^۲ و روش حداکثر درستنمایی استاندارد^۳. در مواردی که ابعاد زیاد باشد، روش حداکثر درستنمایی به محاسبات زیادی نیاز دارد. رویکردی که برای رفع ضعف روش حداکثر راستنمایی استفاده می‌شود، روش IFM می‌باشد که متداول‌ترین راه برای تخمین پارامترهای کاپولا است.

تخمین پارامتر توسط IFM شامل دو مرحله است که عبارت اند از: حداکثرسازی تابع راستنمایی هر یک از توابع حاشیه‌ای تک متغیره و حداکثرسازی تابع راستنمایی کاپولا برای تخمین پارامتر وابستگی، θ است. یک مورد ساده از IFM را می‌توان به صورت زیر نشان داد. تابع احتمال d بعدی برای بردار تصادفی X بر اساس قضیه اسکالر بدین شکل است:

$$F(X; \tau_1, \dots, \tau_d, \theta) = C(F_1(\chi_1; \tau_1), \dots, F_d(\chi_d; \tau_d); \theta) \quad (3)$$

در معادله τ_i ، $i=1, \dots, d$ پارامتر تابع حاشیه‌ای F_i است. همچنین، θ مجموعه‌ای از پارامترهای وابستگی تابع کاپولا C می‌باشد.

تابع چگالی احتمال توأم متغیرهای تصادفی پیوسته (بردار X) را می‌توان به صورت زیر بدست آورد:

$$f(X; \tau_1, \dots, \tau_d, \theta) = C(F_1(\chi_1; \tau_1), \dots, F_d(\chi_d; \tau_d); \theta) \prod_{i=1}^d f_i \quad (4)$$

که در آن f_i تابع چگالی احتمال مربوط به تابع حاشیه‌ای است.

تابع لگاریتم راستنمایی^۴ کاپولای برآورد شده از رابطه بالا عبارت است از:

$$L(\theta, \tau_1, \dots, \tau_d) = \sum_{i=1}^d \log f(\chi_i; \tau_1, \dots, \tau_d, \theta) \quad (5)$$

با جایگذاری مقادیر تخمین زده شده برای پارامترهای توابع حاشیه‌ای در رابطه فوق، پارامتر کاپولای تخمینی $\hat{\theta}$ حداکثر می‌شود (محاسبه پارامترها برای مدل‌های واین با استفاده از IFM در Czado et al., (2013) مورد مطالعه قرار گرفته است).

¹ the maximum likelihood method

² the inference function for margins (IFM)

³ Canonical Maximum Likelihood (CML)

⁴ log-likelihood

در تخمین توابع کاپولا به داده‌هایی از جنس احتمال نیاز است. چون این توابع روی توزیع یکنواخت تعریف می‌گردد. لذا، نیاز است در اولین درخت یک مدل و این کاپولا تبدیل به توزیع یکنواخت ($u_i \in [0, 1], i = 1, \dots, d$) را داشته باشیم. در حالی که برای درختان زیرین با توجه به تخمین درخت قبلی اعمال می‌شود. تبدیل به صورت ناپارامتری با استفاده از رتبه‌بندی مشاهدات انجام می‌شود که شبه مشاهدات^۱ نامیده می‌شوند (Berg & Aas, 2009). شبه مشاهدات برای توابع کاپولا شرطی دو متغیره در تخمین متوالی در مراحل فوق استفاده می‌شود و بهینه سازی تابع راستنمایی زوجی با شبه مشاهدات با حداکثر کردن شبه درستنمایی اجرا می‌شود. حداکثر تخمین شبه درستنمایی^۲، یک رویکرد نیمه پارامتریک است که شامل تبدیل توزیع حاشیه‌ای ناپارامتریک و تخمین پارامتری برای متغیرهای وابستگی است.

توابع کاپولا و این، مجموعه‌ای از جفت کاپولاها هستند، لذا بایستی نوع کاپولا بین متغیرها به صورت دو به دو مشخص گردد. به طور معمول برای انتخاب نوع کاپولا، ابتدا ترکیبات مختلف کاپولا و پارامترهای متناظر از طریق روش MLE تخمین زده می‌شود و سپس با استفاده از یک سری از ابزارهای تحلیلی مانند آماره‌های آکائیک^۳ و بیزین شوارتز^۴ و آزمون کلارک و وانگ^۵ (به دنبال الینگ و یونگ، ۲۰۱۸)، بهترین ترکیب جفت کاپولا در ساختار و این مورد نظر انتخاب می‌گردد. بنابراین، بعد از تخمین پارامترهای توزیع‌های حاشیه‌ای، با استفاده از روش IFM، طیفی از توابع کاپولا پارامتریک را برای مناسب بودن برای هر جفت کاپولا بین متغیرها در نظر می‌گیریم که شامل؛ استقلال، گاوسی، تی-استیودنت، کلایتون، گامبل، فرانک و جو است و از میان آنها کاپولایی که دارای بیشترین مقدار لگاریتم درستنمایی باشد، به عنوان کاپولای برتر انتخاب می‌شود.

همان طور که بیان گردید، هر یک از توابع کاپولا بیان‌کننده الگوی خاصی از ساختار وابستگی بین متغیرها است و دارای ویژگی‌های مختلفی هستند. در جدول ۱ ویژگی‌های توابع کاپولا خانواده بیضوی، ارشمیدسی و واین با هم مقایسه شده است. مدل‌های کاپولا که در جدول ۱ ارائه شده‌اند، برای تجمیع ریسک‌ها با مدل‌سازی حاشیه‌ای در پرتفوی بیمه‌گری استفاده می‌شوند. ساختار وابستگی برآورد شده در پرتفوی ذاتاً در توزیع تجمعی نهفته است. توزیع تجمعی پرتفوی را می‌توان به صورت زیر توصیف کرد:

$$R_l = \sum_{i=1}^{n_l} X_{i2|Cunderwriting}(underwriting) \quad (6)$$

که $i = 1, 2, \dots, n_l$ اندازه پرتفوی است و R_l توزیع خسارت پرتفوی بیمه‌گری و X_{i2} آمین عامل ریسک پرتفوی بیمه‌گری در ساختار وابستگی برآورد شده ($Cunderwriting$) است. در نهایت، این توزیع کل، در برآورد سرمایه اقتصادی ریسک بیمه‌گری استفاده می‌گردد. به منظور برآورد سرمایه اقتصادی ریسک بیمه‌گری تحت رویکردهای جایگزین و مقایسه آن با سرمایه الزامی در مدل استاندارد، به ترتیب مراحل زیر انجام می‌گیرد:

مرحله ۱- مدل‌سازی حاشیه‌ای: در استفاده از روش کاپولا، دسترسی به توزیع‌های حاشیه‌ای هر یک از متغیرهای تصادفی اهمیت زیادی دارد. در پرتفوی بیمه‌گری برای مدل‌سازی حاشیه‌ای، به دنبال استخراج توزیع‌های خسارت کل در پنج رشته فعالیت مختلف هستیم. اغلب توزیع زبان‌های بیمه‌ای، به سمت راست چولگی دارند و دارای دم راست بلند هستند که باعث می‌شود توزیع نرمال برای مدل‌سازی ریسک بیمه‌ای توزیع مناسبی نباشد (باجلان و همکاران، ۱۳۹۶). از این رو، تخمین دقیقی از شکل تابع توزیع زیان برای عملکرد صحیح شرکت‌های بیمه ضروری است. در این راستا، برای تعیین توزیع‌های حاشیه‌ای کاپولا تحت مدل ریسک فردی، توزیع‌های پارامتری مختلف (Frachot & Roncalli, 2001) که اغلب از توزیع‌های متداول در اکچوئری می‌باشند شامل: چوله-نرمال، تی استیودنت، تی استیودنت-چوله، لگ نرمال، گاما مدل‌های ویبول، کوشی، بور، توزیع پارتو تعمیم یافته^۶ بر روی داده‌های زیان، ارزیابی می‌گردد.

مرحله ۲- مدل‌سازی وابستگی: توابع کاپولا ابزاری آماری مؤثر برای مدل‌سازی روابط وابسته بین اجزای ریسک‌های مختلف بدون از دست دادن اطلاعات درباره برخی ویژگی‌های مهم وابستگی دم است. با این حال، انتخاب کاپولایی که بهترین تناسب را با داده‌ها دارد، حیاتی است. زیرا برآوردهای سرمایه اقتصادی ممکن است بسته به ساختار وابستگی انتخاب شده به طور قابل توجهی متفاوت باشد (Shim & MacMinn, 2011). همان طور که گفته شد، تنوع گسترده‌ای از خانواده کاپولاها وجود دارد. در این مقاله بر روی کاپولاها از خانواده‌های مختلف بیضوی، ارشمیدسی و زوجی تمرکز کرده است.

مرحله ۳- محاسبه سرمایه اقتصادی و روش شبیه‌سازی: سرمایه اقتصادی برای یک بیمه‌گر، ظرفیت مالی اضافی است که برای محافظت از کسب‌وکار بیمه‌ای در صورت بروز زیان‌های تحت نظارت فراتر از انتظارات یا کاهش بازده سرمایه‌گذاری‌ها پایین‌تر از انتظارات لازم است، به گونه‌ای که حتی در چنین شرایط نامطلوبی، بیمه‌گر بتواند به فعالیت خود ادامه دهد. سرمایه اقتصادی از سرمایه الزامی قانونی متمایز است، زیرا سرمایه قانونی حداقل سرمایه اجباری است که توسط نهادهای نظارتی تعیین می‌شود، در حالی که سرمایه اقتصادی به پوشش تمام ریسک‌های واقعی که بیمه‌گر متحمل

¹ Seudo-observations

² pseudo-likelihood estimation (MPL)

³ AIC

⁴ BIC

⁵ the vuong and clarke test

⁶ GPD

می‌شود، کمک می‌کند (Shim & MacMinn, 2011). سرمایه اقتصادی معمولاً با استفاده از معیار VaR محاسبه می‌شود. در یک سطح اطمینان معین، VaR نشان می‌دهد که حداکثر چه مقدار سرمایه برای مدیریت ریسک پرتفوی در یک افق زمانی مشخص لازم است. بنابراین وقتی VaR نشان می‌دهد که در افق زمانی آینده احتمال α وجود دارد که زیان‌ها از VaR فراتر رود، به این معنی است که با احتمال $1 - \alpha$ اطمینان داریم که VaR تمام چیزی است که برای مدیریت زیان‌ها در افق زمانی آینده لازم است (Makubu et al, 2022).

به طور کلی، VaR در سطح اطمینان α که در بازه $\alpha \in [0,1]$ قرار دارد، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$VaR_{1-\alpha} = \inf\{x \in R: P(X \leq x) \geq 1 - \alpha\} \quad (7)$$

همچنین، وقتی تابع توزیع تجمعی $F(x)$ پیوسته و صعودی باشد، $VaR(x)$ یک x منحصر به فرد است که معادله زیر را برآورد می‌کند؛

$$F(x) = P(X \leq x) = 1 - \alpha, VaR_{1-\alpha}(x) = F_x^{-1}(1 - \alpha) \quad (8)$$

بنابراین، $VaR(x)$ همان صدک K توزیع متغیر تصادفی خسارت X است. مدل ارائه‌شده، امکان محاسبه سرمایه ریسک را از تجمیع ریسک‌ها تحت محدودیت‌های مختلف کاپولا، فراهم می‌کند. محاسبه VaR از خسارت کل محاسبه شده در سطح اطمینان α با ترکیب کاپولاها، بدین صورت انجام می‌گردد. همان طور که بیان شد، با طی مراحل فوق، کاپولا با بهترین برازش تعیین می‌گردد. پس از برآورد ساختار وابستگی بین رشته‌های بیمه‌ای، فرآیند شبیه‌سازی خسارت‌های کل پرتفوی بیمه‌گری به صورت زیر انجام می‌شود:

- با بهره‌گیری از ساختار وابستگی مشخص شده از کاپولای تخمین زده شده، n بار برای تولید n مجموعه داده تصادفی برای شبه مشاهدات یکنواخت شبیه‌سازی می‌شود.
- از طریق معکوس سازی توابع توزیع استفاده شده، صدک‌های متناظر با داده‌های تولید شده محاسبه می‌شود.
- بر اساس معادله (۶) معرفی شده در بخش روش شناسی، متغیرهای شبیه‌سازی شده تجمیع می‌شوند تا توزیعی از زیان کل تحت کاپولای چند متغیره ایجاد شود.
- در نهایت، از تابع توزیع زیان کل برای محاسبه ریسک استفاده می‌شود.

داده‌های تحقیق:

این مطالعه به برآورد الزامات سرمایه در بیمه غیر زندگی با مدل استاندارد و مدل جایگزین می‌پردازد، از لحاظ هدف کاربردی است. از نظر نحوه گردآوری داده‌ها، کتابخانه‌ای و بر حسب نحوه اجرا، مدلسازی می‌باشد. برای محاسبه ریسک بیمه‌گری که عامل اصلی ریسک در شرکت‌های بیمه می‌باشند، پرتفوی واقعی شرکت بیمه در نظر گرفته شده است. قابل ذکر است، برای پرهیز از پیچیدگی محاسبات از میان رشته‌های بیمه غیر زندگی، رشته‌هایی با بیشترین سهم از حق بیمه تولیدی در سال ۱۴۰۲ مورد استفاده قرار گرفته که به ترتیب شامل؛ رشته فعالیت ثالث، بدنه، حوادث، مسئولیت و آتش‌سوزی است. این ۵ رشته، بیش از ۵۰ درصد از کل حق بیمه تولیدی در سال مزبور را شامل می‌شود. داده‌های پژوهش شامل خسارت پرداختی ماهانه طی دوره زمانی ۱۳۹۵:۱ - ۱۴۰۲:۸ (۹۲ مشاهده) از هر رشته فعالیت است. با توجه به اینکه داده‌های بلندمدت می‌توانند دقت بیشتری در برآورد توابع توزیع و وابستگی‌ها فراهم کنند، اما داده‌های در دسترس در سطح شرکت بیمه ایران محدود به همین دوره بوده است. با این حال، این موضوع به‌عنوان یکی از محدودیت‌های پژوهش مطرح بوده و در مطالعات آینده می‌توان از داده‌های بلندمدت‌تر یا روش‌های تحلیل ساختاری پرتفوی برای افزایش دقت استفاده کرد. در جدول ۲ خلاصه خصوصیات آمار توصیفی داده‌های مورد استفاده، ارائه شده است.

جدول ۲: آمار توصیفی خسارت‌های رشته‌های فعالیت در شرکت بیمه
Table 2: Descriptive Statistics of Claims by Lines of Business

مبالغ به هزار میلیارد ریال amounts to one thousand billion rials							پرتفوی بیمه‌گری Insurance portfolio
مینیمم Min	میانه Median	ماکزیمم Max	کشیدگی Kurtosis	چولگی Skewness	انحراف معیار Sd	میانگین Mean	
0.066	0.340	2.423	11.659	2.468	0.379	0.470	مسئولیت Liability
0.163	0.865	4.187	5.348	1.345	0.760	1.040	حوادث Accident
0.040	0.175	2.003	22.394	3.685	0.269	0.262	آتش‌سوزی Fire
0.227	0.780	2.003	4.675	1.582	1.256	1.299	بدنه Badana
1.015	6.072	37.838	8.439	2.009	6.365	7.769	ثالث Salas

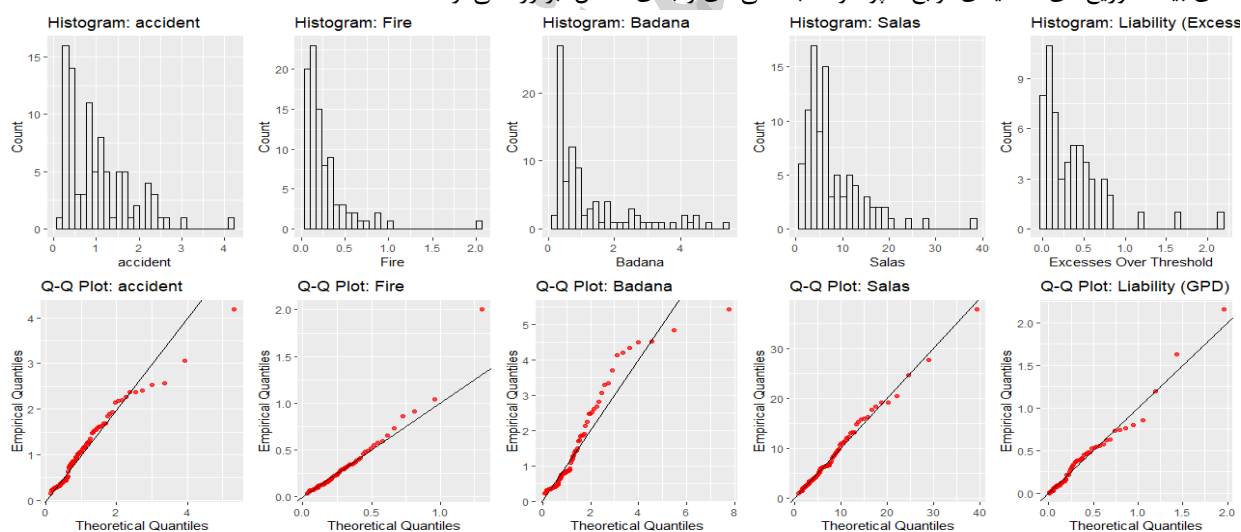
آماره چولگی نشان می‌دهد که داده‌ها متقارن نیستند و چولگی مثبت (بزرگتر از صفر) برای تمام متغیرها مشاهده می‌شود. این بدان معناست بیشتر داده‌ها حول سمت چپ توزیع متمرکزند و دم طولانی به سمت راست وجود دارد. همچنین، ضریب کشیدگی نشان می‌دهد که توزیع خسارت در تمامی رشته‌ها به ویژه فعالیت آتش‌سوزی نوک تیز و فراتر از توزیع نرمال است. بنابراین، نتایج بیان‌کننده آن است که همه رشته‌های بیمه دارای چولگی راست و کشیدگی بیشتری از توزیع نرمال هستند که نشان دهنده دنباله‌های پهن سری زمانی مورد بررسی است. علاوه بر این، در مقایسه بین رشته‌ها، بیمه ثالث بیشترین مقدار میانگین (۷.۷۶۹) و همچنین بیشترین انحراف معیار (۶.۳۶۵) را دارد که نشان‌دهنده تنوع وسیع و پراکندگی زیاد در ارزش پرتفوی این رشته است. ضریب کشیدگی (۸.۴۳۹) و چولگی (۲.۰۰۹) در رشته ثالث نیز نسبتاً بالا است که بیانگر وجود نمونه‌هایی با مقادیر بسیار بزرگ و تأثیرگذار در داده‌ها می‌باشد.

نتایج و بحث:

در این پژوهش، مدلسازی تجمیع ریسک‌های بیمه‌گری (مدل جایگزین) به ترتیب زیر انجام می‌شود:

با توجه به اهمیت تعیین توابع حاشیه‌ای در توابع کاپولا، یکی از چالش‌های اساسی انتخاب توزیعی است که بهترین تطابق را با مجموعه داده ما داشته باشد. در ادبیات آماری، آزمون‌ها و مقایسه‌های گرافیکی متعددی وجود دارد که می‌توان استفاده کرد. در این مطالعه نمایش گرافیکی توسط نمودارهای هیستوگرام و نمودار QQ که شکل کلی توزیع داده‌ها را به صورت گرافیکی در شکل ۱ ارائه داده و چندک‌های توزیع‌های برازش شده را با توزیع‌های نظری مقایسه کرده است، محدود می‌شود. طبق نمودار QQ، توزیع‌های برازش شده برای پنج متغیر، دنباله‌های ضخیم‌تری در انتهای مقادیر خود دارند. این نشان می‌دهد که توزیع‌های مناسبی برای همه متغیرها انتخاب شده‌اند. سپس، کیفیت برازش با آزمون کولموگروف-اسمیرنوف ارزیابی می‌شود. نتایج تخمین پارامترهای توزیع نظری در جدول ۳ نشان داده شده است. با توجه به نتایج، قابل مشاهده است که توزیع‌های لگ نرمال بهترین توزیع برای داده‌های خسارت تاریخی در چهار رشته حوادث، آتش‌سوزی، بدنه و ثالث می‌باشد و توزیع پارتو عمومی بهترین توزیع برای رشته بیمه مسئولیت می‌باشد.

با توجه به اینکه برای تخمین مدل‌های کاپولا به داده‌هایی از جنس احتمال نیاز داریم، با استفاده از روش تبدیل احتمال انتگرال^۱ داده‌ها را به شبه مشاهدات بروی بازه [۰،۱] تبدیل می‌شود که مبنای تخمین و برآورد ساختارهای کاپولا قرار می‌گیرند. با استفاده از توزیع‌های برازش شده برای خسارت‌های بیمه، توزیع‌های حاشیه‌ای توابع کاپولا و همبستگی‌های رتبه‌ای کنдал، برآورد می‌گردد.



شکل ۱: نمودارهای هیستوگرام خسارت بیمه و نمودارهای QQ با توزیع‌های برازش داده شده

Figure 1: Histograms of insurance loss and QQ-plots with fitted distributions

جدول ۳: نتایج توزیع‌های تعیین شده برای خسارت‌های بیمه‌ای

Table 3: Distribution fitting results for insurance losses

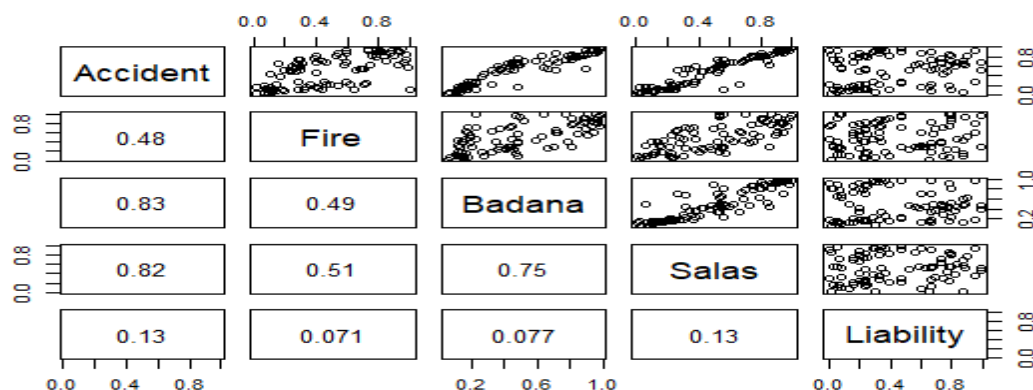
مبالغ به هزار میلیارد ریال amounts to one thousand billion rials					پرتفوی بیمه‌گری Insurance portfolio
ثالث	بدنه	آتش‌سوزی	حوادث	مسئولیت	رشته فعالیت
Salas	Badana	Fire	Accident	Liability	
229.84	544.17	-52.681	165.287	31.525	چوله-نرمال
(***0.3075)	(***0.1705)	(***0.21832)	(**0.1502)	(***0.18669)	Skew Normal

¹ the probability integral transformation(PIT)

575.493	272.65	-45.338	207.88	52.817	تی استیودنت
(***0.401)	(***0.461)	(***0.493)	(***0.476)	(***0.486)	Student-t
531.599	20.907	-89.574	168.053	11.370	لگ نرمال
(0.065066)	(0.12103)	(0.06635)	(0.1094)	(0.08164)	Lognormal
542.65	132.25	-55.246	171.075	27.992	گاما
(0.09398)	(**0.17172)	(***0.19585)	(0.10452)	(**0.14866)	Gamma
545.1033	230.55	-63.74	174.097	30.679	ویبول
(0.1230)	(***0.16913)	(0.12229)	(0.10859)	(0.12347)	Weibull
580.53	270.764	-42.523	229.977	54.67	کوشی
(***0.1702)	(***0.۲۴۹۲)	(***0.19139)	(***0.19145)	(***0.1784)	Cauchy
537.12	200.30	-87.35	174.613	13.956	بور
(***0.9799)	(***0.865)	(***0.99022)	(***0.0956)	(***0.0956)	Burr
-186.94	-124.16	62.117	-57.28	5.331	توزیع پارتو تعمیم یافته
(**0.17058)	(**0.2216)	(0.0588)	(**0.1883)	(0.07927)	GPD

نکته: اعداد داخل پرانتز نتایج آزمون کلموگراف-اسمیرنوف است و *، **، *** به ترتیب اشاره به مقدار مقدار بحرانی (p-value) که در سطح ۰.۰۰۱، ۰.۰۰۵ و ۰.۰۱ از سطح بحرانی کمتر است، دارد. شاخص‌های بولد شده، بهترین توزیع تعیین شده برای هر رشته نشان می‌دهد.

نخست برای مدلسازی توابع کاپولا، بایستی ضرایب همبستگی میان متغیرها در پرتفوی تعیین شود. در شکل ۲ نمودار پراکندگی زوجی^۱ و ضریب همبستگی رتبه‌ای کندال^۲ دو به دوی متغیرها با توزیع حاشیه‌ای یکنواخت نشان داده شده است. به طوری که نمودار پراکندگی زوجی در مثلث بالایی و معیار تاو کندال در مثلث پایینی قرار دارد. معیار تاو کندال برای مرتب‌سازی متغیرهای تصادفی در اولین درخت استفاده می‌شود، زیرا تاو کندال می‌تواند همبستگی ناپارامتری را به طور مستقل از توزیع فرضی تخمین بزند و یک معیار جهانی برای خانواده‌های غیر گاوسی ارائه دهد (Dissmann et al., 2013). قابل ذکر است هر چقدر میزان همبستگی میان متغیرها بیشتر باشد، ارتباط آن‌ها قوی‌تر بوده و در نتیجه استفاده از تحلیل‌های چند متغیره به کمک توابع کاپولا منجر به توصیف بهتر آن پدیده خواهد شد. به نظر می‌رسد همبستگی رتبه‌ای برای جفت ریسک بیمه‌ها به ترتیب؛ تصادف - بدنه، تصادف - ثالث و بدنه - ثالث قابل توجه است.



شکل ۲: نمودار پراکندگی و ضریب همبستگی رتبه‌ای کندال با توزیع حاشیه‌ای یکنواخت

Fig 2: Pairwise plots and Kendall's correlations of marginal distributions

پس از تعیین توزیع حاشیه‌ای برای داده‌ها، توابع کاپولا معرفی شده در بخش قبل و پارامترهای آن برای پرتفوی بیمه‌گری تخمین زده می‌شود. مناسب‌ترین تابع بر اساس بیش‌ترین مقدار حداکثر راستنمایی و کم‌ترین مقدار معیارهای اطلاعاتی انتخاب می‌شود. در نهایت، برای تشریح ساختار وابستگی میان رشته‌های مختلف بیمه‌گری، تخمین پارامتر در اولین درخت تابع کاپولا با بهترین عملکرد ارائه می‌گردد. در مدل مبتنی بر درخت، فرد اولین درخت را با متغیرهای تصادفی داده شده می‌سازد و به ساختن درخت دیگری با متغیرهای شرطی تخمین زده شده از درخت قبلی ادامه می‌دهد. در واقع، تابع چگالی کاپولا شرطی هنگام حرکت به سمت درختان بعدی تولید می‌شوند (Berg & Aas, 2009). می‌توان فرض کرد که وابستگی‌های درخت اول قوی‌تر از وابستگی‌های درختان دیگر است، زیرا همبستگی شرطی بین متغیرهایی که به یک متغیر معین داده می‌شود، کوچک‌تر از همبستگی غیرشرطی در درخت است (نگاه کنید به Dissmann et al. (2013)، بخش ۳.۱). به طور کلی، در درخت اول، پارامترهای از تابع چگالی کاپولا غیرشرطی استخراج می‌شود که معمولاً وابستگی قویتری از تابع چگالی کاپولا شرطی در درختان بعدی دارد.

¹ Pairwise scatter plot

² Kendall's rank correlations

به طور کلی، فرآیند آماری در مطالعه تجربی برای شناسایی این موضوع طراحی شده است که آیا مدل سازی وابستگی غیرخطی با R-Vine، بهترین تناسب برای ساختار وابستگی داده ها دارد یا اینکه می توان آن را با مدل سازی وابستگی خطی (Gaussian یا student-t) یا با مدل سازی ساده وابستگی دم نامتقارن (Clayton و Gumbel) با استفاده از حاشیه های یکنواخت توصیف کرد. برای بررسی ساختار وابستگی بین متغیرها با استفاده از کاپولای چند متغیره از بسته های نرم افزاری مرتبط با کاپولاها در نرم افزار R مانند Vinecopula و Copula استفاده شده است. با توجه به نتایج جدول ۴ قابل مشاهده است که برای تفسیر وابستگی در پرتفوی بیمه گری کاپولای R-Vine بهترین عملکرد را در میان توابع دیگر دارد. پس از آن، مدل کاپولا student-t برای پرتفوی بیمه گری بهترین عملکرد را دارند. در مقابل، کاپولای ارشیمدسی ساده مانند (Clayton و Gumbel) در پرتفوی، برازش مطلوبی را ارائه نمی کنند. دلیل این امر ممکن است این باشد که در تخمین ساختارهای وابستگی با ابعاد بالا توسط این نوع کاپولا، تنها یک پارامتر وجود دارد و این محدودیت جدی ایجاد می کند. مدل های بیضوی^۱ نیز در مدل سازی ساختار وابستگی پرتفوی عملکرد قابل قبولی دارند، به ویژه مدل student-t، که وجود وابستگی های معنادار را نشان می دهد و برای شرایطی که داده ها چولگی یا کشیدگی نشان می دهند مناسب است.

جدول ۴: نتایج مدل سازی وابستگی				
Table 4: Dependence modeling results				
بخش (الف): نتایج خوبی برازش				
Panel A: Goodness-of-Fit results				
خانواده	کاپولا	پرتفوی بیمه گری		
Family	Copula	Insurance portfolio		
		Log-Like	BIC	AIC
بیضوی	Normal	225.597	-406.086	-431.194
Elliptical	t	230.075	-410.530	-438.150
ارشیمدسی	Gumbel	40.105	-75.670	-78.210
Archimedean	Clayton	50.334	-96.158	-98.669
زوجی	R-vine	242.11	-461.66	-474.22
PCC				
بخش (ب): پارامترهای تخمینی بهترین ساختار کاپولای انتخابی (tree1)				
Panel B: Parameter Estimations of the Best Fitted Pair Copula Structure (First Tree)				
کاپولا	پارامتر	تاو کندال	دم بالایی وابستگی	دم پایینی وابستگی
Copula	Parameter	Kendall's tau	Upper-tail dependency	Lower-tail dependency
پرتفوی بیمه گری				
Insurance portfolio				
$\theta_{5,1}$ (Independence)	- / -	.	-	-
$\theta_{1,3}$ (Gaussian)	(0.93) / (0.00)	0.77	-	-
$\theta_{1,4}$ (Gumbel)	(4.47) / (0.00)	0.78	0.83	-
$\theta_{4,2}$ (Clayton)	(1.68) / (0.00)	0.46	-	0.66

1 - Maccident, 2 - Mfire, 3 - Mbadana, 4 - Msalas, 5 - Mliability

افق زمانی تعریف شده توسط مقررات یک سال است، بنابراین، بایستی توزیع خسارت های ماهانه را سالانه کنیم. بدین منظور، از روش پنجره غلتان با ۱۲ نقطه پیوسته استفاده می گردد (Eling & Jung, 2020). روش پنجره غلتان^۲ بدین صورت است که بازه ای از داده ها به طول معین (مثلاً ۱۲ ماه) انتخاب می گردد و بر روی همان بازه محاسبه ای انجام می شود (مثلاً جمع زیان). به طوری که، داده متوالی به اندازه یک سال خسارت ماهانه را مطابق فرمول زیر تجمیع می کنیم، که اندیس a و m به ترتیب به ارزش های سالانه و ماهانه اشاره دارد.

$$X^a = \sum_{i=1}^{12} X_i^m \quad (9)$$

سپس پنجره را یکی جلو می رانیم (به جای شروع ماه دوم تا ماه سیزدهم) و دوباره محاسبه می کنیم. این کار موجب می شود که برآوردها ماه به ماه به روز شوند و اطلاعات مربوط به نوسانات زمانی را بهتر منعکس کنند.

حال با استفاده از تابع کاپولای انتخابی و ساختار وابستگی متناظر با آن، تعداد n جفت داده را شبیه سازی می کنیم. به عبارتی، تعداد ۱۰۰.۰۰۰ نمونه از کاپولای R-Vine برازش شده به مجموعه داده های پنج بعدی تولید می گردد. گام بعدی، بدین گونه است که با توجه به توزیع مفروض در

¹ Elliptical

² Rolling window

تخمین رگرسیون مرحله نخست و بکارگیری آن، هر یک از سری‌ها را به صدک‌های متناظر می‌انگاریم. در این مرحله داده‌های حاصل را با روش پنجره غلتان به سالانه تبدیل می‌شود. سپس، مطابق مدل تجمیع ریسک که در بخش روش شناسی ارائه شده بود، متغیرهای حاصل تجمیع می‌شوند تا توزیع زیان کل تحت کاپولای چند متغیره ایجاد شود.

در جدول (۵) سرمایه اقتصادی ریسک بیمه‌گری برآورد شده تحت مدل جایگزین در کنار سرمایه الزامی آن تحت مدل استاندارد در چند سطح ارائه شده است. سطح اطمینان می‌تواند به عنوان ریسک ورشکستگی در یک دوره زمانی مشخص که مدیریت انتخاب کرده است، در نظر گرفته شود. هرچه سطح اطمینان انتخابی بالاتر باشد، احتمال ورشکستگی کمتر خواهد بود. مطابق این جدول، اندازه ریسک بیمه‌گری پنج رشته بیمه غیر زندگی شرکت سهامی بیمه ایران با داده‌های واقعی سال ۱۴۰۲ را بر اساس ضرایب ریسک آیین نامه شماره ۶۹ در حدود ۲۶۵.۲۳۵۹۶۰ هزار میلیارد ریال است. مدل استاندارد میزان سرمایه الزامی ریسک بیمه‌گری را در سطوح اطمینان مختلف به طور متوسط ۲۵.۶ درصد بیش از مدل جایگزین تخمین می‌زند. برآورد بیش از حد سرمایه اقتصادی که معمولاً در مدل‌های استاندارد شناسایی می‌شود، ناشی از دو عامل می‌باشد: ۱- ویژگی‌های توزیعی عوامل ریسک فردی به طور دقیق در نظر گرفته نمی‌شود. بنابراین، پارامترهای داده شده (ضرایب ریسک ثابت در مدل استاندارد) می‌تواند سرمایه مورد نیاز را افزایش دهد. ۲- مفروضات همبستگی خطی تحمیل شده در مدل‌های استاندارد است که ساختار وابستگی ذاتی در داده‌های خاص شرکت را منعکس نمی‌کند. شایان ذکر است در مدل استاندارد ضرایب همبستگی بین کلیه ریسک‌ها در کلیه سطوح صفر در نظر گرفته شده‌اند. با توجه به اینکه مدل استاندارد ایران مبتنی بر روش ضریب مبتنی بر ریسک ساده است. در این مدل فرض‌های ساده سازی گسترده لحاظ شده است.

جدول ۵: مقایسه سرمایه الزامی مدل جایگزین با مدل استاندارد

Table 5: Comparison of Required Capital of alternative Model and Standard Model

شرکت بیمه Insurance Company		
VaR 99.5%	VaR 99%	VaR 95%
236.917	221.1254	184.6034
مدل جایگزین (مبالغ هزار میلیارد ریال) Alternative Model (Amount in thousand billion Rials)		
مدل استاندارد (مبالغ هزار میلیارد ریال) Standard Model (Amount in thousand billion Rials)		
265.34569		
تفاوت مطلق Absolute Difference		
28.42868963	44.22028963	80.74229
تفاوت نسبی (درصد) Relative Difference (%)		
11.99943018	19.99783464	43.73824642

این یافته‌ها از نتایج مطالعاتی چون الینگ و جونگ (۲۰۲۰) که سرمایه الزامی محاسبه شده با مدل داخلی را با سه مدل استاندارد (K-RBC, SST, SII)^۱ مقایسه کردند، تایید می‌گردد. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که سه مدل استاندارد به طور قابل توجهی میزان سرمایه الزامی را بیش از حد تخمین می‌زنند و کمترین محافظه‌کاری مربوط به مدل استاندارد سرمایه مبتنی بر ریسک کره (IK-RBC) است که کمترین شکاف بین مدل جایگزین و مدل‌های استاندارد را نشان می‌دهد. این ممکن است به این دلیل باشد که در این روش همبستگی بین ریسک‌های بازار را در نظر نمی‌گیرد. همچنین، ماژول ریسک بیمه‌گری تفاوت‌ها بین خطوط کسب‌وکار را به دقت منعکس نمی‌کند و بنابراین معیار کمتر محافظه‌کارانه‌ای نسبت به دو مدل دیگر ارائه می‌دهد.

جمع‌بندی و پیشنهادها:

این مقاله، تحلیل حساسیتی از چارچوب مقرراتی با توجه به دو جنبه‌ی مطرح‌شده‌ی غالب، یعنی عدم توجه به وابستگی‌های غیرخطی و پارامترهای ریسک خاص بنگاه، می‌باشد. بدین منظور، مدل جایگزین برای تجمیع ریسک بین خسارات رشته‌های بیمه غیر زندگی در شرکت سهامی بیمه ایران و محاسبه سرمایه اقتصادی متناظر آن ارائه شده است. به صورت تجربی شکاف قابل توجهی بین سرمایه مورد نیاز توسط مدل استاندارد و مدلی جایگزین که وابستگی‌های غیرخطی و پارامترهای ریسک خاص بنگاه را در نظر می‌گیرد، نشان می‌دهد.

این تجزیه و تحلیل در سه مرحله انجام می‌گیرد: مرحله اول، به منظور استفاده از توابع کاپولا، بایستی ابتدا توابع حاشیه‌ای هر یک از متغیرهای تصادفی در پرتفوی بیمه‌گری تعیین گردد. توزیع‌های پارامتری مختلف که اغلب از توزیع‌های متداول در اکچوئری می‌باشند برای تعیین توزیع‌های حاشیه‌ای کاپولا تحت مدل ریسک فردی بر روی داده‌های زیان، ارزیابی می‌شود. مناسب‌ترین توزیع برای هر فرآیند زیان بر اساس نمودارهای هیستوگرام، نمودار QQ و آزمون کولموگروف-اسمیرنوف تعیین می‌گردد. سپس، با استفاده از روش PIT داده‌ها را به شبه مشاهدات بروی بازه [۰،۱] تبدیل شده که مبنای تخمین و برآورد توابع کاپولا قرار گرفتند. حال، برای مرتب‌سازی متغیرهای تصادفی در اولین درخت تابع کاپولا، نمودار پراکندگی زوجی و ضریب همبستگی رتبه‌ای کنдал دو به دوی متغیرها با توزیع حاشیه‌ای یکنواخت ارائه می‌گردد.

¹ Korean risk-based capital, Solvency II, Swiss Solvency Test

مرحله دوم، توابع کاپولا از خانواده‌های مختلف (بیضی، ارشمیدسی، زوجی) و پارامترهای آنها، با استفاده از توزیع حاشیه‌ای تعیین شده برای پرتفویهای بیمه‌گری تخمین زده می‌شود. مناسب‌ترین تابع کاپولا بر اساس بیش‌ترین مقدار راستنمایی و کم‌ترین مقدار معیارهای اطلاعاتی انجام می‌شود. حال با استفاده از تابع کاپولای انتخابی و ساختار وابستگی متناظر با آن، تعداد ۱۰۰۰۰ جفت داده را شبیه‌سازی می‌کنیم. سپس، متغیرهای خسارت شبیه‌سازی شده که بر اساس توزیع‌های بکاررفته به صدک‌ها متناظر تبدیل می‌شوند و با روش پنجره غلتان توزیع داده‌های ماهانه به سالانه تبدیل می‌شود. در نهایت، بر اساس معادله $\sum_{i=1}^{n_l} X_{i2}$ تجمیع می‌گردد تا توزیع زیان کل متغیرها حاصل شود.

مرحله سوم، برای بررسی شکاف بالقوه، الزامات سرمایه در مدل استاندارد و رویکرد جایگزین پرتفوی پنج بعدی بیمه‌گری محاسبه گردید. مقایسه نتایج سرمایه اقتصادی برآورد شده تحت رویکرد جایگزین در کنار سرمایه الزامی تحت مدل استاندارد در چند سطح اطمینان نشان می‌دهد که مدل استاندارد میزان سرمایه الزامی ریسک بیمه‌گری را به طور متوسط ۲۵.۶ درصد بیش از مدل جایگزین تخمین می‌زند. بیش برآورد الزامات سرمایه که در مدل‌های استاندارد شناسایی می‌شود، نشان می‌دهد که بیمه‌گران می‌توانند با در نظر گرفتن وابستگی غیرخطی و پارامترهای ریسک خاص خود، سرمایه ریسک خود را به میزان قابل توجهی کاهش دهند.

بر اساس نتایج، یک مدل که کاپولای R-Vine را با شاخص ریسک VaR ترکیب می‌کند، معرفی گردید. از این مدل برای محاسبه سرمایه اقتصادی پنج رشته فعالیت در حوزه بیمه غیرزندگی استفاده شده است، که تمرکز ما بر پایگاه داده واقعی شرکت است. به طور کلی، در این مطالعه تا پنج بعد در نظر گرفته شده است، اما امکان گسترش دامنه مدل به ابعاد بزرگ‌تر نیز وجود دارد. از طریق ترکیب ریسک‌های مرتبط، ریسک کل پرتفوی بیمه‌گذار بالقوه می‌تواند کاهش یابد. بنابراین، نتایج این مطالعه برای مدیریت ریسک ساختارمندتر بسیار مفید خواهد بود.

ادبیات، تفاوت‌های بین سرمایه اقتصادی محاسبه شده با استفاده از فرمول استاندارد و روش‌های مدل‌سازی جایگزین، را مستند کرده است (مانند میرباقری جم و همکاران، ۱۳۹۴، مظلومی و همکاران، ۱۳۹۷ و عقیلی فر و همکاران، ۱۴۰۳). این مقاله با تمرکز بر ریسک بیمه‌گری و با ارائه یک مدل خاص بنگاه برای مدیریت بدهی با استفاده از مدل‌های تجمیع اخیراً توسعه‌یافته و نگاهی به میزان بالقوه شکاف بین مدل‌های استاندارد و مدل‌های داخلی، به این ادبیات کمک می‌کند. انحراف بین سرمایه ریسک تحت مدل‌های استاندارد و اندازه واقعی آن می‌تواند چالش‌هایی را برای بیمه‌گران به همراه داشته باشد. همانطور که مشاهده گردید، فرمول استاندارد بیمه‌گران را ملزم می‌کند که بیشتر از آنچه که با یک مدل داخلی ممکن است لازم باشد، سرمایه نگهداری کنند. بنابراین، استفاده از این فرمول بازده بالقوه حقوق صاحبان سهام را کاهش می‌دهند و بیش‌برآوردی سرمایه اقتصادی می‌تواند بیمه‌گران را مجبور به بازسازی کسب‌وکار خود برای مدیریت سرمایه‌گذاری کند. با توجه به نتایج، پیشنهاد می‌گردد که قانون‌گذاران باید مفروضات وابستگی خود را برای کاهش انحراف بین سرمایه‌های ریسک تحت مدل‌های استاندارد و اندازه واقعی ریسک تنظیم کنند.

تعارض منافع:

نویسندگان اعلام می‌کند که هیچ تضاد منافعی در مورد انتشار پژوهش ثبت شده وجود ندارد. علاوه بر این، موارد اخلاقی از جمله سرقت ادبی، رضایت آگاهانه، رفتار نادرست، جعل و/یا جعل داده‌ها، انتشار مضاعف و یا سوء رفتار به طور کامل توسط نویسندگان رعایت شده است.

منابع:

باجلان، س.، راعی، ر.، و محمدی، ش. (۱۳۹۶). مدل سازی تابع توزیع زیان های بیمه ای با بهره گیری از توزیع های ترکیبی و مفهوم

کاپیولا. تحقیقات مالی، ۱۹(۱)، ۲۳-۴۰. <https://doi.org/10.22059/jfr.2015.52896>

بیمه مرکزی ج.ا.ا. (۱۳۹۰). آیین‌نامه شورای عالی بیمه: نحوه محاسبه و نظارت بر توانگری مالی مؤسسات بیمه. تهران.

<https://www.centinsur.ir/fa-IR/Portal/4927/news/view/15724/1828/Staging>

سرلک، ن.، صفری، الف.، و آلانی، ح. (۱۳۹۲). ارزیابی عملکرد پرتفوی سرمایه گذاری شرکت‌های بیمه پذیرفته‌شده در بورس اوراق

بهادار تهران. پژوهشنامه بیمه، ۲(۳)، ۲۴۳-۲۵۳. <https://doi.org/10.22056/ijir.2013.03.05>

شهریار، ب. (۱۴۰۳). ارتقاء و بازنگری مدل توانگری مالی قانونی بیمه مرکزی ایران (آیین‌نامه شماره ۶۹) مبنی بر بومی‌سازی مهمترین مدل‌های توانگری در جهان [طرح پژوهشی]. با همکاری چ. محمدنژادبانه، م. بنویدی، و س. بابایی. پژوهشکده بیمه.

<https://www.irc.ac.ir/fa-IR/irc/4944/Articles/view/16040/1681>

شهریار، ب. (۱۳۹۵). الگوی آیین‌نامه نحوه محاسبه و نظارت بر توانگری مالی مؤسسات بیمه (آیین‌نامه ۶۹ شورای عالی بیمه) [طرح

پژوهشی]. با همکاری ع. صیادزاده، و ف. امدادی، پژوهشکده بیمه. [https://www.irc.ac.ir/fa-](https://www.irc.ac.ir/fa-IR/irc/4944/Articles/view/16040/84?searchkeyword=%D8%AA%D9%88%D8%A7%D9%86%DA%AF%D8%B1%DB%8C%20%D9%85%D8%A7%D9%84%DB%8C&searchedmid=divMinMax_16040)

[IR/irc/4944/Articles/view/16040/84?searchkeyword=%D8%AA%D9%88%D8%A7%D9%86%DA%AF%D8%B1%DB%8C%20%D9%85%D8%A7%D9%84%DB%8C&searchedmid=divMinMax_16040](https://www.irc.ac.ir/fa-IR/irc/4944/Articles/view/16040/84?searchkeyword=%D8%AA%D9%88%D8%A7%D9%86%DA%AF%D8%B1%DB%8C%20%D9%85%D8%A7%D9%84%DB%8C&searchedmid=divMinMax_16040)

- شیرکوند، س.، مهدوی کلیشمی، غ.، و پازوکی، ن. (۱۳۹۸). قیمت‌گذاری محصولات بیمه‌ای و محاسبه حاشیه توانگری مالی شرکت بیمه با استفاده از روش نسبت انحراف بالقوه از میانگین. *تحقیقات مالی*. ۲۱(۲)، ۱۶۵-۱۸۶.
<https://doi.org/10.22059/frj.2019.270699.1006769>
- عقیلی‌فر، ز.، ابطی، س.، عسگرزاده، غ.، و خواجه محمودآبادی، ح. (۱۴۰۳). مدل‌سازی ریسک‌های بیمه غیرعمر و الزامات سرمایه در شرکت سهامی بیمه ایران: رویکرد کاپولا. *پژوهشنامه بیمه*، ۱۴(۱)، ۳۷-۴۸.
<https://doi.org/10.22056/ijir.2025.01.03>
- طیب‌نیا، ع.، مهر آرا، م.، و اختری، الف. (۱۳۹۸). پوشش ریسک درآمدهای نفتی ایران: رویکرد پوشش ریسک تجمیع یافته. *اقتصاد مالی*، ۱۳(۴۸)، ۷۴-۳۷.
https://journals.iau.ir/article_670592.html
- کشاوری حداد، غ.، و حیرانی، م. (۱۳۹۳). برآورد ارزش در معرض ریسک با وجود ساختار وابستگی بین بازدهی‌های مالی: رهیافت مبتنی بر توابع کاپولا. *فصلنامه تحقیقات اقتصادی*، ۴۹(۴)، ۸۶۹-۹۰۲.
<https://doi.org/10.22059/jte.2014.53191>
- میرباقری‌جم، م.، شهیکی‌تاش، م.، زمانیان، غ.، و صفری، الف. (۱۳۹۴). تجمیع ریسک‌های بیمه‌گری صنعت بیمه ایران با استفاده از توابع مفصل (رویکرد توابع مفصل ارشمیدسی سلسله مراتبی). *پژوهشنامه بیمه*، ۱۲(۳۰)، ۲۱-۴۲.
<https://doi.org/10.22056/ijir.2015.04.02>
- مظلومی، ن.، باباجانی، ج.، و جعفری، ر. (۱۳۹۷). تعیین سرمایه بهینه در شرکتهای بیمه بر اساس مدل‌سازی داخلی نسبت توانگری مالی و روش هزینه-فایده. *پژوهشنامه بیمه*، ۸(۱)، ۱-۱۴.
<https://doi.org/10.22056/ijir.2019.01.01>
- نیاکان، ل.، و عطاطلب، ف. (۱۴۰۲). مطالعه تطبیقی وظایف نهاد ناظر بیمه‌ای در ایران و کشورهای منتخب. *دانشنامه حقوق اقتصادی*، ۳۰(۲۳)، ۱۶۳-۱۸۵.
<https://doi.org/10.22067/economlaw.2023.81302.1255>
- Aghilifar, Z., Abtahi, S. Y., Asgarzadeh, G., & Khajehmahmoudabadi, H. (2024). Modeling non-life insurance risks and capital requirements in Iran's insurance company: Coppola's approach. *Iranian Journal of Insurance Research*, 14(1), 37-48. <https://doi.org/10.22056/ijir.2025.01.03> [In Persian].
- Abd Mutalip, F. N. N., Ismail, I., & Long, K. S. (2024). Capital requirement for non-life insurance industry using D-vine Copula: An empirical evidence from Malaysia. *IAENG International Journal of Applied Mathematics*, 54(8), 1694-1704. <https://www.proquest.com/openview/e4d3a605787e153d68aa5583928c887d/1?pqorigsite=gscho lar&cbl=2049591>
- Bedford, T., & Cooke, R. M. (2002). Vines--a new graphical model for dependent random variables. *The Annals of Statistics*, 30(4), 1031-1068. <http://dx.doi.org/10.1214/aos/1031689016>
- Berg, D., & Aas, K. (2009). Models for construction of multivariate dependence: A comparison study. *The European Journal of Finance*, 15(7), 639-659. <https://doi.org/10.1080/13518470802588767>
- Bajlan, S., Raei, R., & Mohammadi, S. (2017). Modeling insurance claim distribution via mixture distribution and Copula. *Financial Research*, 19(1), 23-40. <https://doi.org/10.22059/jfr.2015.52896> [In Persian].
- Central Insurance of the Islamic Republic of Iran. (2011). *Regulations of the Supreme Insurance Council: How to calculate and monitor the financial solvency of insurance institutions*. Tehran. <https://www.centinsur.ir/fa-IR/Portal/4927/news/view/15724/1828/Staging> [In Persian].
- Czado, C., Jeske, S., & Hofmann, M. (2013). Selection strategies for regular vine copulae. *Journal de la Société Française de Statistique*, 154(1), 174-191. https://www.numdam.org/article/JSFS_2013_154_1_174_0.pdf
- Dissmann, J., Brechmann, E. C., Czado, C., & Kurowicka, D. (2013). Selecting and estimating regular vine copulae and application to financial returns. *Computational Statistics & Data Analysis*, 59, 52-69. <https://doi.org/10.1016/j.csda.2012.08.010>
- Diers, D., Eling, M., & Marek, S. D. (2012). Dependence modeling in non-life insurance using the Bernstein Copula. *Insurance: Mathematics and Economics*, 50(3), 430-436. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2012.02.007>
- Eling, M., & Jung, K. (2020). Risk aggregation in non-life insurance: Standard models vs. internal models. *Insurance: Mathematics and Economics*, 95, 183-198. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2020.09.003>
- Frachot, A., Georges, P., & Roncalli, T. (2001). Loss distribution approach for operational risk. Available at SSRN: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1032523.

- Keshavarz Haddad, G., & Heyrani, M. (2014). Estimation of value at risk in the presence of dependence structure in financial returns: A Copula based approach. *Journal of Economic Research (Tahghighat- E- Eghtesadi)*, 49(4), 869-902. <https://doi.org/10.22059/jte.2014.53191> [In Persian].
- Makubu, J. G., Andoh, C., & Mensah, L. (2022). Economic capital determination for non-life insurance using Copulas. *The Journal of Risk Management and Insurance*, 26(1), 19-39. <https://doi.org/10.3390/ijfs9020029>.
- Mazlomi, N., Babajani, J., & Jafari, R. (2018). Determining the optimal capital in insurance companies based on internal modeling of the ratio of financial prosperity and the cost-benefit method. *Iranian Journal of Insurance Research*, 8(1), 1-14. <https://doi.org/10.22056/ijir.2019.01.01> [In Persian].
- Mirbagherijam, M., Shahiki Tash, M., Zamanian, G., & Safari, A. (2015). Aggregation of underwriting risks in insurance industry of Iran using Vine Copula. *Risk Governance & Control: Financial Markets and Institutions*, 5(4), 150-162. <https://doi.org/10.22495/rgcv5i4clart4>. [In Persian].
- Mirbagherijam, M., Shahiki Tash, M., Zamanian, G., & Safari, A. (2015). Aggregation of underwriting risks in insurance industry of Iran using Copulas (Hierarchical Archimedean Copulas approach). *Journal of Insurance Research*, 4(4), 412-425. <https://doi.org/10.22056/ijir.2015.04.02> [In Persian].
- Niakan, L., & Atatalab, F. (2023). A comparative study of the duties of insurance supervisory in Iran and selected countries. *Encyclopedia of Economic Law Journal*, 30(23), 163-185. <https://doi.org/10.22067/economlaw.2023.81302.1255> [In Persian].
- Nguyen, T., & Molinari, R. D. (2011). Risk aggregation by using Copulas in internal models. *Journal of Mathematical Finance*, 1(3), 50-57. <https://doi.org/10.4236/jmf.2011.13007>
- Shahriar, B. (2024). *Enhancement and Revision of the Central Insurance of Iran's Regulatory Financial Solvency Model (Regulation No. 69) Based on the Localization of the World's Most Important Solvency Models* [Research project]. collaborators Ch. Mohammadnejad-Baneh, M. Benvidi, & S. Babaei. Insurance Research Institute (IRC), Thran. <https://www.irc.ac.ir/fa-IR/irc/4944/Articles/view/16040/1681> [In Persian].
- Sarlak, N., Safari, A., & Alani, H. (2013). Evaluation of the investment portfolio turnovers of Tehran stock market listed companies. *Iranian Journal of Insurance Research*, 2(3), 243-253. <https://doi.org/10.22056/ijir.2013.03.05> [In Persian].
- Shahriar, B. (2016). *Model of the Regulation for Calculation and Supervision of Financial Solvency of Insurance Institutions (directive no. 69 of the high insurance council)* [Research Project]. Collaborators A. Siyadzadeh, & F. Emdadi. Insurance Research Institute (IRC), Thran. https://www.irc.ac.ir/fa-IR/irc/4944/Articles/view/16040/84?searchkeyword=%D8%AA%D9%88%D8%A7%D9%86%DA%AF%D8%B1%DB%8C%20%D9%85%D8%A7%D9%84%DB%8C&searchedmid=divMinMax_16040 [In Persian].
- Shirkavand, S., Mahdavi Kalashami, G., & Pazuki, N. (2019). Insurance products ratemaking and insurance company financial solvency ratio calculation via potential deviation ratio method. *Financial Research*, 21(2), 165-186. <https://doi.org/10.22059/frj.2019.270699.1006769> [In Persian].
- Shim, J., Lee, S. H., & MacMinn, R. D. (2011). Measuring economic capital: value-at-risk, expected shortfall and Copula approach. Expected Shortfall and Copula Approach (May 12, 2011). Available at SSRN: <https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1840124>
- Tayebnia, A., Mehrara, M., & Akhtari, A. (2019). Iran oil revenue hedging: integrated hedging approach. *Journal Of Financial Economics (Financial Economics and Development)*, 13(48), 37-74. https://journals.iau.ir/article_670592.html [In Persian].