



ORIGINAL RESEARCH PAPER

Supervisory Model for Rate Adequacy of Excess of Loss Risk and Catastrophe Reinsurance Treaty Layers in Reinsurance Companies, using a Coordinated Mechanism Based on Exposure

Ali SADEGHKHANI^{1,*}, Mohsen GHARAHKHANI²

¹ Actuarial & Mathematics, University of Windsor: Windsor, Ontario, CA

² Assistant Professor, Faculty of Finance & Accounting, Iranian eUniversity, Tehran, Iran

ARTICLE INFO

KEYWORDS:

Reinsurance supervision;
Excess-of-loss (XoL);
Rate adequacy;
Exposure-based pricing;
Solvency assessment

ABSTRACT

BACKGROUND AND OBJECTIVES: Assessing the rate adequacy of excess-of-loss (XoL) reinsurance treaty layers, encompassing both non-catastrophe risk and catastrophe exposures, has become a critical challenge in contemporary reinsurance supervision. Increasing loss volatility, climate-driven catastrophe risk, growing concentration of insured values, and heightened regulatory emphasis on internal risk-based supervision have exposed structural weaknesses in traditional XoL pricing practices. In many reinsurance markets, pricing decisions continue to rely on single-family severity distributions, historical average loss ratios, or prevailing market-leading terms. While such approaches offer operational simplicity, they frequently underestimate tail risk, ignore parameter uncertainty, and fail to reflect company-specific characteristics such as portfolio composition, exposure growth, capital constraints, and retrocession structure. These shortcomings are particularly pronounced in mid and upper XoL layers, where data scarcity and heavy-tailed loss behavior materially affect solvency outcomes.

The primary objective of this study is to develop an internal supervisory framework for evaluating the rate adequacy of XoL treaty layers that moves beyond conventional pricing benchmarks and explicitly links technical rates to portfolio risk and capital resilience. Rather than treating rate adequacy as a standalone actuarial exercise, the proposed framework embeds pricing analysis within the broader context of internal risk and solvency assessment (IRSA), providing a forward-looking tool for identifying rate inadequacy and its capital implications.

METHODS: The proposed framework adopts a coordinated, multi-perspective methodology that distinguishes between non-catastrophe risk layers and catastrophe layers while integrating exposure dynamics across both. For non-catastrophe risk XoL treaties, loss severity is modeled using a spliced distribution, combining a lognormal distribution for the body of losses with a generalized Pareto distribution for the tail. Model parameters are estimated using maximum likelihood techniques, and Monte Carlo simulation is applied to generate synthetic loss samples. From these simulations, key technical measures are derived, including limited expected values, layer-specific technical premiums, and technical rate-on-line benchmarks.

For catastrophe XoL layers, where historical loss data are typically sparse, a Bayesian frequency-severity modeling approach is employed. Industry-informed prior distributions are combined with limited company-specific experience to

obtain posterior distributions that explicitly capture parameter uncertainty. This structure enables the estimation of predictive loss distributions, exceedance probabilities, and credibility intervals relevant for solvency-oriented decision-making.

A key innovation of the framework is the integration of an exposure-based supervisory module. Recognizing that premium growth is an unreliable proxy for tail risk, interval-valued data are used to represent the evolution of high-value insured exposures in the tail of the portfolio. Exposure growth is translated into scaling factors that adjust loss frequency and tail behavior, ensuring consistency between pricing outcomes and the underlying risk profile. In addition, a marginal participation mechanism is introduced to quantify the incremental contribution of accepting specific layers or participation shares to aggregate portfolio risk and capital consumption.

FINDINGS: The framework is illustrated through a case study of a multi-layer property risk XoL treaty implemented in the domestic reinsurance market. The results demonstrate that conventional pricing approaches based on single-family severity distributions materially understate tail losses, particularly in mid and upper layers. While the first layer is broadly aligned with its internally derived technical rate, several higher layers exhibit substantial rate inadequacy relative to technical benchmarks. The spliced severity model produces significantly higher and more realistic technical rates for layers exposed to heavy-tailed loss behavior, correcting the optimistic bias observed under lognormal-only specifications.

The Bayesian catastrophe module yields stable parameter estimates and explicit uncertainty measures, highlighting the range of plausible loss outcomes relevant for internal solvency assessment. Exposure-based analysis further reveals that observed premium growth fails to capture the true expansion of tail exposure. The marginal participation analysis shows that the existing layer structure constrains the reinsurer's ability to accept homogeneous participation shares without disproportionately increasing capital strain, causing rate inadequacy in upper layers to translate directly into elevated capital consumption.

CONCLUSION: This study demonstrates that rate adequacy and capital resilience are inseparable dimensions of reinsurance risk management. The proposed internal supervisory framework integrates stochastic pricing, heavy-tailed loss modeling, Bayesian uncertainty quantification, and exposure dynamics within a single analytical structure. By embedding rate adequacy assessment within the IRSA process, the framework enables reinsurers and supervisors to move beyond static market benchmarks toward risk-sensitive, forward-looking decision-making. Deviations between technical rates and market terms are translated into actionable supervisory signals, supporting informed decisions on participation shares, coverage limits, treaty acceptance, and portfolio rebalancing.



مقاله علمی

مدل نظارتی کفایت نرخ لایه‌های قراردادهای مازاد خسارت ریسک و حوادث فاجعه‌آمیز در شرکت‌های بیمه اتکایی (با رویکرد اتخاذ سازوکار هماهنگ مبتنی بر مورد در معرض خطر)

علی صادق‌خانی^{۱*}، محسن قره خانی^۲

^۱ دکترای اکچوئری، دانشکده ریاضیات و آمار، دانشگاه ویندزر، شهر، کانادا.

^۲ استادیار دانشکده مالی و حسابداری، موسسه آموزش عالی الکترونیکی ایرانیان، تهران، ایران.

چکیده

پیشینه و اهداف: پیچیده‌تر شدن ریسک‌ها، افزایش زیان‌های طولانی مدت و محدودیت ظرفیت بازار اتکایی باعث شده است کفایت نرخ لایه‌های قراردادهای مازاد خسارت ریسک و حوادث فاجعه‌آمیز به یکی از چالش‌های اصلی نهاد ناظر و شرکت‌های بیمه‌گر اتکایی تبدیل شود. اتکای صرف به نرخ راهبر بازار، که تحت تأثیر چرخه‌های قیمتی و رقابت قرار دارد، می‌تواند به کم‌برآوردی ریسک و تضعیف توانگری مالی منجر شود. هدف این مقاله، ارائه یک مدل نظارتی داخلی برای سنجش کفایت نرخ لایه‌های مازاد خسارت، مبتنی بر سازوکار هماهنگ بر اساس مورد در معرض خطر و روش نرخ‌گذاری تصادفی، و پیوند دادن آن با ارزیابی داخلی ریسک و توانگری است.

کلمات کلیدی:

مدل نظارتی داخلی،

نظارت بیمه اتکایی؛

مازاد خسارت (XOL)؛

کفایت نرخ؛

نرخ‌گذاری مبتنی بر مورد در معرض

خطر؛

توانگری مالی

روش‌شناسی: در گام نخست، نمایه زیان پرتفوی اتکایی تحلیل و برای قراردادهای مازاد خسارت ریسک، نقطه مشاهده سازگار با کاستنی تعیین می‌شود تا از سوگیری خوش‌بینانه در برآورد نرخ به‌ویژه در لایه‌های بالا جلوگیری شود. شدت خسارت با یک مدل دوپاره، شامل توزیع لگ‌نرمال در بدنه و پارتو تعمیم‌یافته در دم توزیع، مدل‌سازی و با استفاده از آمیختگی و شبیه‌سازی مونت‌کارلو، میانگین خسارت محدود در سطوح مختلف نگهداشت و حد قرارداد محاسبه شده است. برای حوادث فاجعه‌آمیز، به‌دلیل کمبود داده تاریخی، از رویکرد آمار بیزی جهت برآورد فراوانی و شدت همراه با عدم قطعیت استفاده شده و پویایی مورد در معرض خطر از طریق مدل‌سازی بازه‌ای ارزش‌های بیمه‌شده در دم پرتفوی لحاظ شده است. همچنین مفهوم مشارکت مجانبی برای سنجش اثر افزوده هر لایه یا قرارداد بر تجمع ریسک و سرمایه به‌کار گرفته شده و در قالب یک مطالعه موردی بر روی قرارداد مازاد خسارت ریسک در بازار اتکایی کشور پیاده‌سازی شده است.

یافته‌ها: نتایج نشان می‌دهد که به‌کارگیری مدل دوپاره لگ‌نرمال پارتو تعمیم‌یافته، رفتار دم‌سنگین خسارت‌ها را به‌مراتب بهتر از توزیع‌های تک‌پارامتری بازنمایی کرده و از کم‌برآوردی نرخ خالص در لایه‌های بالاتر جلوگیری می‌کند. در مطالعه موردی، مقایسه نرخ‌های خالص استخراج‌شده از مدل با نرخ‌های پیشنهادی بازار حاکی از آن است که گرچه لایه اول تقریباً در سطح فنی قیمت‌گذاری شده، اما لایه‌های دوم، چهارم و پنجم به‌طور معنی‌داری و لایه سوم به‌صورت چشمگیر زیر سطح فنی قرار دارند. امری که نشان‌دهنده عدم کفایت نرخ و تمرکز نامطلوب ریسک در لایه‌های میانی و بالاست. افزون بر این، تحلیل مشارکت مجانبی نشان می‌دهد ساختار لایه‌بندی موجود امکان پذیرش همگن درصدها را محدود کرده و فشار بیشتری بر سرمایه شرکت بیمه‌گر اتکایی وارد می‌کند.

نتیجه‌گیری: چارچوب پیشنهادی نشان می‌دهد که کفایت نرخ و توانگری مالی دو وجه جدایی‌ناپذیر مدیریت ریسک اتکایی هستند و ارزیابی آن‌ها باید به‌صورت هم‌زمان و مبتنی بر مدل‌های تصادفی دم‌سنگین، آمار بیزی و پویایی مورد در معرض خطر انجام شود. مدل نظارتی معرفی‌شده، علاوه بر ارائه نرخ فنی هر لایه و محاسبه انحراف از نرخ راهبر بازار،

نقشه راهی برای تعیین درصد مشارکت، تعدیل پوشش یا عدم پذیرش قرارداد فراهم می‌آورد و می‌تواند به‌عنوان ابزار ارزیابی داخلی ریسک و توانگری، مدیریت پرتفوی و حرکت به‌سوی نظارت فناورانه در شرکت‌های بیمه‌گر اتکایی مورد استفاده قرار گیرد.

مقدمه

با پیچیده‌تر شدن سازوکارهای نظارتی به واسطه تغییرات بنیادین ریسک‌ها، معادلات پیشین کفایت نرخ با چالش‌های جدیدی روبه‌رو شده است. در چنین شرایطی که از یک‌سو شدت زیان‌های سنگین در برازش توزیع‌های دم‌سنگین^۱ (به‌ویژه در حوادث فاجعه‌آمیز) افزایش یافته و از سوی دیگر ظرفیت بازار اتکائی، فشارهای رقابتی و چرخه‌های بازار بر نرخ راهبر قرارداد مازاد خسارت اثر می‌گذارد، لذا این نیاز پدید می‌آید که شرکت‌های اتکایی سازوکاری جامع‌تری در اختیار داشته باشند تا بتوانند در ابتدا با ابزاری داخلی کفایت نرخ هر لایه از قرارداد مازاد خسارت را به صورت سازگار با پرتفوی فعلی سنجه نموده، سپس موارد در معرض خطر، سرمایه، نگهداشت، و برنامه واگذاری مجدد را بر همان اساس ارزیابی و اعتبارسنجی کرده و از کفایت آن مطلع گردند. این نیاز، به‌ویژه در بستر گذار از نظارت مبتنی بر ریسک به سوی دستیابی به راهکارهای مبتنی بر نظارت فناورانه^۲، به توسعه مدل‌هایی می‌انجامد که هم برای حاکمیت ریسک درون‌سازمانی کارآمدند و هم قابلیت گزارش‌دهی شفاف و سریع به نهاد ناظر را دارند.

این مقاله، یک چارچوب نظارتی-کاربردی را برای سنجش کفایت نرخ لایه‌های مازاد خسارت معرفی شده است که بر منطق قیمت‌گذاری تصادفی لایه‌ها استوار است و تصمیم‌سازی را بر پایه مورد در معرض خطر پرتفوی انجام می‌دهد. در این رویکرد، معیار بنیادین میانگین خسارت محدود^۳ در نگهداشت و حد قرارداد به‌عنوان شالوده کمی‌سازی برای شدت مورد انتظار به‌کار می‌رود؛ به‌گونه‌ای که شدت خسارت هر لایه از تفاضل دو میانگین تحدید شده در سطح نگهداشت و حد قرارداد به‌دست آمده و پیوندی شفاف بین توزیع خسارت و تصمیم‌های پیشرو برقرار می‌نماید.

برای شمول زیان‌های عادی^۴ در قراردادهای مازاد خسارت ریسک و زیان‌های فاجعه‌آمیز در قراردادهای مازاد خسارت فاجعه‌آمیز و پرهیز از سوگیری خوش‌بینانه (کم‌برآوردی)^۵ به‌ویژه در دم توزیع، می‌توان از راهبردهای متنوعی بهره برد. برای مثال در قراردادهای مازاد خسارت ریسک عموماً با خسارت‌هایی روبرو هستیم که مدل شدت زیان با استفاده از توزیع دوباره^۶ برای لایه‌های پایین (همانند توزیع لگ‌نرمال) و برای لایه‌های بالاتر (همانند توزیع پارتو تعمیم‌یافته^۷) تامین می‌شود (Scolnik, 2007)، ولی در قراردادهای مازاد خسارت حوادث فاجعه‌آمیز با توجه به رشته تحت پوشش، خصوصاً سوابق خسارتی در لایه‌ها ممکن است وجود نداشته باشد که حتی بتوان از آن استفاده نمود، به‌منظور حل کاربردی مسئله به سراغ بکارگیری آمار بیزی رفته ایم تا برآوردها نه تنها به صورت نقطه‌ای^۸ بلکه به‌مراه عدم قطعیت و تصادفی همچون فاصله اطمینان باورمندی و احتمال فزون زیان^۹ در دسترس مدیریت ریسک نیز قرار گیرند.

افزون بر این، چارچوب پیشنهادی قادر است مشارکت مجانبی هر قرارداد یا هر لایه پیشنهادی را بر تاب‌آوری سرمایه‌ای پرتفوی نشان دهد؛ بدین معنا که اثر افزوده‌شدن یک لایه جدید بر تجمع ریسک و کفایت سرمایه به‌طور کمی سنجیده می‌شود. این ویژگی اهمیت ویژه‌ای در فرآیندهای ارزیابی داخلی ریسک و توانگری داشته و همچنین در بستر راهکارهای نوین نظارتی فناورانه گام برمی‌دارد؛ زیرا نهاد ناظر و شرکت بیمه اتکائی هر دو می‌توانند با نگاهی آینده‌نگر، کفایت نرخ و تاب‌آوری پرتفوی را در شرایط متغیر بازار و ریسک به‌طور شفاف ارزیابی کنند.

از دیدگاه نظارتی، دستاورد اصلی این چارچوب آن است که ارزیابی داخلی ریسک و توانگری را از سطح کنترل‌های قبل تا حدود قابل توجهی جدا کرده و فراتر می‌برد و به یک سامانه هم‌ترازی نرخ با تاب‌آوری سرمایه و تجمع ریسک پرتفوی بدل می‌کند. به‌طور مشخص، خروجی مدل نه‌فقط

¹ Heavy-tailed

² Regulatory and Supervisory Technology

³ Limited Expected Value (LEV)

⁴ Attritional and Large Losses (per-Risk)

⁵ Underestimation

⁶ Spliced Loss Distribution

⁷ Generalized Pareto Distribution (GPD)

⁸ Point Estimation

⁹ Exceedance Probability (EP)

شامل نرخ منصفانه مد نظر از دیدگاه شرکت بیمه اتکائی برای لایه‌های قرارداد است، بلکه انحراف از نرخ راهبر بازار را نیز کمی‌سازی کرده و نقشه راه درصد مشارکت (پذیرش کامل یا نسبی از میزان پیشنهادی از لایه‌های قرارداد یا عدم پذیرش) را با توجه به قیود سرمایه، نگهداشت، حد قرارداد و واگذاری مجدد پیشنهاد می‌کند (Mango, 1998). بدین ترتیب، مشارکت مجانبی که در عمل به صورت پذیرفتن درصدهای اعلامی در بازار جلوه می‌کند، به صورت کمی در مدل وارد شده و آثار آن بر تجمع، هم‌بستگی زبان‌ها، و انباشت ریسک اندازه‌گیری می‌شود. این موضوع در بازار اتکایی کشور با توجه به تنوع پوشش‌های بیمه‌ای، پراکندگی جغرافیایی ریسک‌ها، و محدودیت‌های واگذاری مجدد نقش پررنگی پیدا می‌کند.

هم‌سویی با نظارت فناوریانه، تنها در گرو نکویی برآزش¹ توزیع شدت یا فراوانی زیان‌ها نیست؛ بلکه گردآوری و حاکمیت داده، قابلیت بهره‌گیری از تغییر نرخ² بیمه‌گر واگذارنده، به‌روزرسانی³ زبان‌های پیشین، ملحوظ داشتن تورم در صنعت مربوطه⁴ بیمه‌نامه صادره، اعمال کاستنی‌های متناسب در بیمه‌نامه‌های مستعد خسارت و جریان کار خودکار گزارش‌دهی نیز شرط لازمند (Friedland, 2010; Werner & Modlin, 2016). چارچوب پیشنهادی، با تکیه بر محاسبات شفاف، مدل‌بندی گام به گام در هر یک از قراردادهای مازاد خسارت، ملزومات مورد نیاز را برای راه‌اندازی نظارتی فناوریانه شامل تجزیه و تحلیل پرتفوی زبان، را فراهم می‌آورد. به این ترتیب، مدل علاوه بر کاربرد قیمت‌گذاری و مدیریت پرتفوی، به عنوان ابزار ارزیابی داخلی ریسک و توانگری نیز عمل کرده و زبان مشترک بین واحدهای فنی اتکایی، مدیریت ریسک، و اکچوئری⁵ را فراهم می‌کند.

ساختار ادامه مقاله به این منوال پیش می‌رود: پس از مرور تحلیلی نمایه زبان در پرتفوی شرکت اتکایی به عنوان گام نخست، کفایت نرخ لایه‌ها را در دو سناریوی خسارت ریسک و خسارت فاجعه‌آمیز بررسی می‌شوند. سپس روش پیش‌بینی رشد مورد در معرض خطر و سازوکار مشارکت مجانبی و باورمندی توضیح داده شده و در پایان، نتایج را مرور و مسیر پژوهش‌های آتی پیشنهاد خواهند شد.

پرسش اصلی این پژوهش آن است که چگونه می‌توان با اتکا به یک مدل نظارتی داخلی مبتنی بر نرخ‌گذاری تصادفی، مدل‌سازی دم‌سنگین خسارت‌ها و تحلیل پویای مورد در معرض خطر، کفایت نرخ لایه‌های قراردادهای مازاد خسارت ریسک و فاجعه را به گونه‌ای سنجید که پیامدهای آن به صورت شفاف با ریسک پرتفوی و توانگری مالی شرکت بیمه‌گر اتکایی پیوند بخورد؟

مبانی نظری پژوهش

قرارداد مازاد خسارت ریسک

نوع تجزیه و تحلیل در میان انواع قراردادهای ریسک و یا حوادث فاجعه‌آمیز و یا ترکیبی از هر دو متفاوت است. در یک قرارداد مازاد خسارت ریسک نیاز داریم تا نقطه مشاهده⁶ که بایستی کوچکتر یا مساوی کاستنی قرارداد باشد را بیابیم، چراکه نه تمامی داده‌های خسارت، بلکه آن دسته که در محدوده پوشش قرارداد اثرگذارند را در نظر می‌گیریم (Fundación MAPFRE, 2006). نکته حائز اهمیت، یافتن نقطه مذکور است چراکه در صورتی که تمامی داده‌های خسارت حادث شده نهایی⁷ (پس از به‌روزرسانی⁸) در آن حضور داشته باشند منجر به ناتوانی در برآزش توزیع‌ها می‌شود و نهایتاً کم‌برآوردی حق بیمه اتکائی به ویژه در لایه‌های بالاتر را به همراه دارد. از اینرو، تعیین نقطه مشاهده در این نوع از قرارداد مازاد خسارت برای اطمینان از کفایت نرخ ضروری است (Werner & Modlin, 2016).

قرارداد مازاد خسارت حوادث فاجعه‌آمیز

برخلاف آنچه در زیربخش قرارداد مازاد خسارت ریسک بدان اشاره شد، این نوع قرارداد با پیچیدگی‌های بیشتری روبروست، چراکه برآورد کفایت نرخ در قرارداد مازاد خسارت حوادث فاجعه‌آمیز مستلزم پیش‌نیازهایی همچون مدل‌سازی حوادث فاجعه‌آمیز طبیعی است. با این حال، با توجه به

¹ Goodness of Fit

² Rate Change

³ On-leveling

⁴ Inflation Guard

⁵ Actuarial

⁶ Observation Point

⁷ Ultimate Incurred Loss

⁸ Loss Development and Trend Factors

محدودیت‌های موجود در اجرای مستقیم این مدل‌ها (از قبیل عدم دسترسی به داده‌های تاریخی کافی در هر یک از مخاطرات، مشکلات و مسائل پشتیبانی و خرید نرم‌افزارهای تخصصی مدل‌بندی حوادث فاجعه‌آمیز طبیعی در کشور)، و تا زمان حصول به دستیابی به نسخه‌ای کارآمد، ناگزیر باید از راه‌حل‌های جایگزین استفاده نمود. در اینجا به منظور شفافیت بیشتر و ایجاد دیدگاه کلی در خصوص مدل‌بندی حوادث فاجعه‌آمیز، به طور اجمالی به آن می‌پردازیم، ولی با توجه به محدودیت‌های طرح شده در اجرای این مدل‌سازی لاجرم نیاز است بر روی راه‌حل جایگزین بیشتر تمرکز نماییم.

مدل‌بندی حوادث فاجعه‌آمیز طبیعی

از آنجاییکه در حوادث فاجعه‌آمیز طبیعی داده‌های تاریخی عموماً وجود ندارند یا تعداد آنها بسیار محدود است، لذا امکان برازش توزیع به روش کلاسیک عملاً ناممکن می‌شود. از اینرو بیمه‌گران راهبر اتکائی و کارگزاران اتکائی بین‌المللی از مدل‌بندی حوادث فاجعه‌آمیز استفاده می‌کنند. این مدل‌بندی بر چهار ستون زیر استوار است (Fundación MAPFRE, 2006):

الف) مورد در معرض خطر^۱: این ماژول مرحله آغازین تحلیل پرتفوی پیشنهادی است. بیمه‌گر واگذارنده (یا کارگزار اتکائی) مکلف است تا نسبت به تهیه فایلی از پرتفوی از لحاظ ارزش مورد در معرض خطر به همراه پوشش‌های مخاطرات الحاقی در بیمه‌نامه‌های تحت پوشش، فهرستی را در پایگاه داده و در زمان درخواست قرارداد تسلیم بیمه‌گر اتکائی نماید. این فایل داده‌ها این امکان را برای بیمه‌گر اتکائی فراهم می‌کند تا از منظر ماژول پایگاه داده ارزش در معرض خطر^۲ نسبت به تعداد بیمه‌نامه‌ها در هر یک از مکان‌های جغرافیایی موارد بیمه‌شده به همراه سرمایه آنها در زمان صدور بیمه‌نامه اطلاع داشته باشد. همچنین، این امکان نیز فراهم است تا موارد در معرض خطر در نقشه به صورت بصری نمایش داده می‌شوند.

ب) مخاطرات^۳: از سوی دیگر مخاطرات موجود در بیمه‌نامه‌ها به صورت مجزا قابلیت تفکیک را دارند و می‌توان دانست بر اساس مخاطره‌ای همچون زلزله چه میزان و چه تعداد مورد در معرض خطر در آن منطقه جغرافیایی خاص (محله^۴، بخش^۵، منطقه^۶) وجود دارد.

ج) آسیب‌پذیری^۷: این ماژول بر نوع رشته (مثلاً مسکونی، صنعتی، تجاری، کشاورزی و غیره) استوار است و اطلاعات دقیق مورد بیمه در زمان صدور بیمه‌نامه را ارزیابی (همچون نوع سازه، نقاط آسیب‌پذیر در صورت بروز رخداد) و با توجه به شاخص‌هایی معین و مخاطراتی که آن منطقه را تهدید می‌کند، جمع‌آوری و به پایگاه داده اضافه می‌کند. برای حصول چنین ماژولی که با ماژول قبل همبستگی شدید دارند، نیاز است تا از زلزله‌شناسان، متخصصان اقلیم‌شناسی در غنای مدل کمک گرفت.

د) مالی^۸: این ماژول بر روی سه ستون قبلی ساخته می‌شود و نتایج مالی این تجزیه و تحلیل از طریق جدول رخداد زیان^۹، فهرستی از زیان خالص آن لایه، انحراف استاندارد از میانگین خسارت همان لایه، احتمال فعال شدن لایه^{۱۰}، احتمال استفاده کامل لایه را نشان می‌دهد.

بنابراین، با سه نوع نا اطمینانی عمده مواجه هستیم: چه مخاطراتی ممکن است حادث شوند و چند بار در طول اعتبار قرارداد رخ می‌دهند. سپس، مقدار متوسط خسارت در هر لایه چقدر است و چه میزان از میانگین انحراف ممکن است وجود داشته باشد. نهایتاً، چه توزیعی دم کلفتی را با چه پارامترهایی برای نرخ‌گذاری و کفایت نرخ برگزینیم و چگونه میانگین مربع خطای برآوردگر را کمینه کنیم. در قسمت پایانی مقاله، به این مسائل پرداخته می‌شود (Fundación MAPFRE, 2006; Schwepcke, 2004).

مرور پیشینه

¹ Exposure

² Exposure Database Module (EDM)

³ Hazard

⁴ County

⁵ Neighborhood

⁶ Cresta

⁷ Vulnerability

⁸ Financial

⁹ Event Loss Table (ELT)

¹⁰ Trigger Exceedance Probability

در ادبیات بیمه اتکایی، کفایت نرخ قراردادهای مازاد خسارت همواره به عنوان یکی از چالش های اصلی نرخ گذاری مطرح بوده است؛ زیرا این قراردادها به رخدادهای کم تواتر اما پر شدت وابسته اند و رفتار دم سنگین خسارت ها نقش تعیین کننده ای در نتایج مالی آنها دارد. مطالعات اکچوئری نشان داده اند که استفاده از توزیع های تک پارامتری شدت خسارت، اگرچه در بخش عمده داده ها عملکرد قابل قبولی دارد، اما در لایه های میانی و بالایی قراردادهای مازاد خسارت منجر به کم برآوردی زیان و در نتیجه کم نرخی می شود. در پاسخ به این محدودیت، پژوهش های سال های اخیر به سمت مدل های ترکیبی و دوپاره شدت خسارت حرکت کرده اند که در آنها از توزیع های سبک دم برای بدنه خسارت ها و از توزیع های سنگین دم برای بازنمایی زیان های بزرگ استفاده می شود. این رویکردها به عنوان ابزارهای مناسب تر برای تحلیل کفایت نرخ، به ویژه در شرایط داده های سانسور شده و برش خورده که در قراردادهای اتکایی رایج است، مورد توجه قرار گرفته اند.

در حوزه قراردادهای مازاد خسارت حوادث فاجعه آمیز، کمبود داده تاریخی و سطح بالای عدم قطعیت، کاربرد روش های کلاسیک آماری را با محدودیت جدی مواجه کرده است. از این رو، در ادبیات جدید نرخ گذاری، استفاده از روش های آماری بیزی در برآورد فراوانی و شدت خسارت به عنوان راهکاری برای ترکیب تجربه محدود شرکت بیمه گر اتکایی با دانش پیشین صنعت پیشنهاد شده است. این رویکرد امکان ارائه برآوردهای همراه با عدم قطعیت، توزیع های پیش بینی و سنجه های مبتنی بر صدک ها را فراهم می کند که از منظر مدیریت ریسک و تصمیم گیری سرمایه ای اهمیت بالایی دارند. هم زمان، در اسناد و مطالعات نظارتی بین المللی، تأکید فزاینده ای بر پیوند نرخ گذاری اتکایی با توانگری مالی، کفایت سرمایه و فرآیندهای ارزیابی داخلی ریسک و توانگری مشاهده می شود؛ به گونه ای که نرخ گذاری به تنهایی کافی تلقی نشده و آثار آن بر سرمایه و تاب آوری ترازنامه باید به صورت یکپارچه تحلیل شود.

در کنار این جریان های بین المللی، در ادبیات داخلی نیز پژوهش هایی در زمینه ساختارهای اتکایی، نگهداشت بهینه، تحلیل ریسک قراردادهای مازاد خسارت و قیمت گذاری مبتنی بر شبیه سازی انجام شده است که هرچند اغلب به صورت پراکنده و با تمرکز محدود بر جنبه های نظارتی ارائه شده اند، اما نشان دهنده وجود دغدغه پژوهشی در این حوزه هستند. با این حال، مرور پیشینه نشان می دهد که چارچوبی منسجم و نظارتی که به طور هم زمان مدل سازی دم سنگین خسارت ها، برآورد عدم قطعیت در حوادث فاجعه آمیز و تحلیل پویای مورد در معرض خطر و تجمع پرتفوی را در خدمت سنجش کفایت نرخ و ارتباط آن با توانگری مالی قرار دهد، در ادبیات داخلی و حتی در بسیاری از مطالعات خارجی کمتر مورد توجه قرار گرفته است. مقاله حاضر با هدف پر کردن این خلأ و ارائه یک مدل نظارتی داخلی، در امتداد همین شکاف پژوهشی تعریف می شود.

روش شناسی پژوهش

کاربرد نظریه باورمندی^۱

همانطور که بدان پرداخته شد، دستیابی به مدل حوادث فاجعه آمیز در حال حاضر در بازار اتکائی کشور میسر نیست، از این رو در این بخش با بهره گیری از آمار بیزی و با ذکر مثالی کاربردی سعی در ارائه جایگزین برای مدل فوق الذکر را داریم.

برای سهولت در تبیین موضوع، فرض می کنیم یک قرارداد مازاد خسارت تک لایه ای ۰.۵ بر روی ۱.۵ میلیون یورو را در نظر می گیریم که به یک شرکت بیمه اتکائی پیشنهاد شده است. تنها خسارت موجود در سوابق خسارتی از سوی بیمه گر واگذارنده ۸۰۰ هزار یورو در طی ۵ سال اخیر می باشد. با بهره گیری از آمار بیزی و با فرض اینکه فراوانی خسارت ها از توزیع پواسن با پارامتر $t\theta$ پیروی می کنند که θ پارامتر توزیع و t بیانگر تعداد سالهای در دسترس در بازه داده های واصله شرکت اتکائی است ($t = 5$)، و با علم به اینکه در طی ۱۰۰ سال اخیر تنها ۵ خسارت از این دست در صنعت بیمه اتفاق افتاده است، توزیع پیشین^۲ توزیع گاما را با پارامترهای ($\alpha = 5, \beta = 100$) تبیین می نماییم، لذا داریم:

$$L(\theta) \propto e^{-t\theta} (t\theta)^N,$$

$$\pi(\theta) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \theta^{\alpha-1} e^{-\theta\beta},$$

¹ Credibility Theory

² Prior Distribution

لذا توزیع پسین^۱ دارای توزیع گاما با پارامترهای $(\alpha = 6, \beta = 105)$ است و میانگین بیزی برابر با ۰.۰۵۷ می‌باشد که اندکی بالاتر از میانگین صنعت است. لذا، این برآورد بیزی نه تنها فاصله‌ای میان داده‌های محدود شرکت و تجربه تاریخی صنعت ایجاد نمی‌کند، بلکه با ترکیب آنها چارچوبی شفاف و قابل اتکا برای سنجش کفایت نرخ فراهم می‌آورد.

پس از به دست آوردن برآوردگر بیزی برای فراوانی به سراغ برآورد بیزی شدت خسارت می‌رویم. برای پارامتر میانگین لگ خسارت‌ها، از توزیع نرمال با میانگین ۵ و واریانس ۱ استفاده شد. این انتخاب بازتاب‌دهنده تجربه صنعت در خصوص میانگین خسارت‌ها در حدود چند صد هزار یورو است. همچنین برای پراکندگی لگ خسارت‌ها از توزیع معکوس-گاما با پارامترهای $(2,1)$ بهره گرفته شد که بیانگر باور اولیه نسبت به وجود پراکندگی قابل توجه در شدت خسارت‌هاست.

همان‌طور که بیان شد، در این مثال ساده از توزیع‌های مزدوج^۲ استفاده گردید تا توزیع پسین دارای فرم بسته بوده و محاسبات به‌صورت تحلیلی امکان‌پذیر شود. با این حال، در عمل شرایط متفاوت است و به دلیل پیچیدگی داده‌های واقعی، دستیابی به فرم بسته معمولاً میسر نیست. از این‌رو، بهره‌گیری از روش‌های عددی مانند الگوریتم‌های زنجیره مارکوف مونت کارلو^۳ و پیاده‌سازی آن‌ها در چارچوب‌هایی همچون بسته‌های از نرم‌افزار R (نظیر BRMS) ضروری خواهد بود. این رویکرد امکان برآورد پایا و اطمینان‌پذیر پارامترها را فراهم کرده و در نهایت ابزار قدرتمندی برای ارزیابی کفایت نرخ حق بیمه در قراردادهای مازاد خسارت در اختیار تصمیم‌گیران قرار می‌دهد (Derrig & Klugman, 2004).

پیش‌بینی رشد مورد در معرض خطر

ملحوظ داشتن مورد در معرض خطر به عنوان عاملی کلیدی در کفایت نرخ اتکائی همواره مدنظر است. این عامل، به‌ویژه در قراردادهای مازاد خسارت فاجعه‌آمیز، اهمیت مضاعف می‌یابد؛ چراکه تغییرات در ترکیب پرتفوی و رشد ارزش‌های بیمه‌شده به‌طور مستقیم بر رفتار دم توزیع و کفایت نرخ اثرگذار است. تا اینجا، روش‌شناسی بر مدل‌سازی مبتنی بر خسارت چارچوب فراوانی و شدت تمرکز داشت. اما برای ساخت یک چارچوب نرخ‌گذاری جامع و آینده‌نگر، لازم است پویایی‌های مربوط به در معرض خطر، به‌ویژه در دم توزیع، به‌درستی لحاظ گردد. روش‌های سنتی نرخ‌گذاری، عمدتاً بر برازش داده‌های تاریخی خسارت و استخراج امید ریاضی فراوانی و شدت محدود متکی‌اند. این روش در شرایطی که قرارداد مازاد خسارت ریسک بوده و دارای پرتفوی پایدار باشد کارآمد خواهد بود، اما در عمل، انباشت ریسک‌های بزرگ به ویژه آن‌هایی که محدوده حد قرارداد می‌شوند رفتار دم را به‌شدت تغییر می‌دهد. استفاده از رشد حق بیمه قرارداد^۴ بعنوان جایگزینی برای رشد ارزش مورد بیمه در پرتفوی اغلب گمراه‌کننده است؛ چراکه این شاخص‌ها تحت تأثیر عواملی نظیر تغییر نرخ، شرایط تورمی یا تغییرات پوشش قرار دارند و نمی‌توانند تغییر واقعی در معرض خطر، به‌ویژه در دم توزیع، را بازتاب دهند.

برای برآورد رشد ارزش مورد بیمه در دم، از مدل‌سازی داده‌های بازه‌ای^۵ استفاده می‌کنیم. در این چارچوب، ارزش مورد بیمه در دم در هر سال به‌صورت یک بازه ثبت می‌شود و حدود پایین و بالا به‌طور مستقل به‌عنوان تابعی خطی از زمان مدل‌سازی می‌گردند. این روش امکان پیش‌بینی بازه‌ای از رشد پرتفوی را در دم برای سال آتی فراهم می‌سازد و به‌عنوان ضریب مقیاسی^۶ در فراوانی خسارت‌ها به‌کار می‌رود (McNeil et al., 2015).

مشارکت مجانبی

همان‌طور که در بخش‌های پیشین نیز بدان پرداخته شد، مشارکت مجانبی را می‌توان از این منظر به آن پرداخت که شرکت بیمه اتکایی پرتفوی متنوع‌سازی شده خود را شکل داده یا راهبردی منطقی برای تجمع ریسک در برنامه داشته باشد. از آنجاییکه این مهم، تنها از طریق پایگاه داده شرکت بیمه واگذارنده که در اختیار بیمه‌گر اتکائی در زمان اخذ پوشش قرار می‌گیرد، میسر است، لذا عملاً این امکان برای بیمه‌گر اتکائی برای محاسبه میزان تعهد در هر یک از نواحی بیمه شده وجود ندارد تا بر آن اساس، نسبت به راهبرد مدیریت ریسک اقدام نماید. در حال حاضر تنها راه

¹ Posterior Distribution

² Conjugate

³ Monte Carlo Markov Chain (MCMC)

⁴ GNEPI / Subject Premium

⁵ Interval-Valued Data

⁶ Scale Factor

حل برای این موضوع نسبت به ارائه ریسک نمایه بر اساس مناطق جغرافیایی است. هر اندازه میزان مختصات دقیق تر باشد لاجرم میزان تعهدات نیز همانطور که در قسمت مورد در معرض خطر مدل بندی خسارات فاجعه آمیز به آن پرداخته شده دقیق تر است.

علاوه بر ارائه نمایه ریسک بر اساس مناطق جغرافیایی، می توان از رویکردهای تکمیلی نیز بهره گرفت. از جمله این راهکارها، طبقه بندی چندبعدی ریسک بر اساس متغیرهایی نظیر نوع کاربری، سال ساخت و ارزش بیمه ای است که در کنار مختصات مکانی، دید جامع تری از توزیع ریسک ارائه می دهد. همچنین در صورت وجود محدودیت در دسترسی به جزئیات، ارائه داده های تجمیعی از سوی بیمه گذار واگذارنده (نظیر جمع ارزش در معرض خطر یا نسبت خسارت های تاریخی در مناطق مختلف) می تواند مبنای مناسبی برای تحلیل باشد. راه حل دیگر، توسعه بسترهای مشترک تبادل داده در قالب پلتفرم های امن و استاندارد است که امکان اشتراک گذاری مستمر و قابل اعتماد اطلاعات را فراهم می سازد. نهایتاً استفاده از مدل سازی سناریویی و شبیه سازی شرایط مختلف تجمیع ریسک نیز می تواند به بیمه گر اتکائی در برآورد دقیق تر تعهدات و بهبود راهبرد مدیریت ریسک یاری رساند.

نتایج و بحث

مطالعه موردی

کفایت نرخ قرارداد مازاد خسارت ریسک

در راستای تبیین فرایند کفایت نرخ قراردادهای مازاد خسارت و چگونگی بکارگیری آن، در این قسمت با رویکردی عملی نسبت به بررسی کفایت نرخ قرارداد مازاد خسارت ریسک که در سال ۱۴۰۳ در بازار اتکائی کشور اجرا شده است، مورد بررسی قرار می گیرد و سپس آن را در قالب یک سازوکار منسجم ارزیابی داخلی ریسک و توانگری تحلیل می شود. قرارداد مذکور، با دوره اعتبار یکساله در رشته اموال و به شرح زیر در بازار اتکائی ارائه شده است:

لايه	کاستنی (یورو)	حد (یورو)	نرخ حق بیمه اتکائی	ROL
اول	2,222,222	2,222,222	1.5%	48%
دوم	4,444,444	4,444,444	1.15%	18.4%
سوم	8,888,888	13,333,333	0.9%	4.8%
چهارم	22,222,222	22,222,222	0.7%	2.24%
پنجم	44,444,444	11,111,111	0.25%	1.6%

جدول 1. مشخصات قرارداد

Table1. treaty characteristic

این قرارداد در زمان پیشنهاد دارای ۵۴ فقره خسارت (پرداختی و معوق) طی ۱۱ سال اخیر بوده است. در گام نخست و همانطور که در قبل نیز بدان پرداخته شد، بررسی مفروضات جهت به روزرسانی خسارت ها به واسطه عامل توسعه خسارت^۱ و روندسازی شدت^۲ خسارت ها^۳ ضروری است تا بتوان با دیدگاه دقیقی نسبت به مدل سازی شدت خسارت اقدام نمود.

گزینش مدل

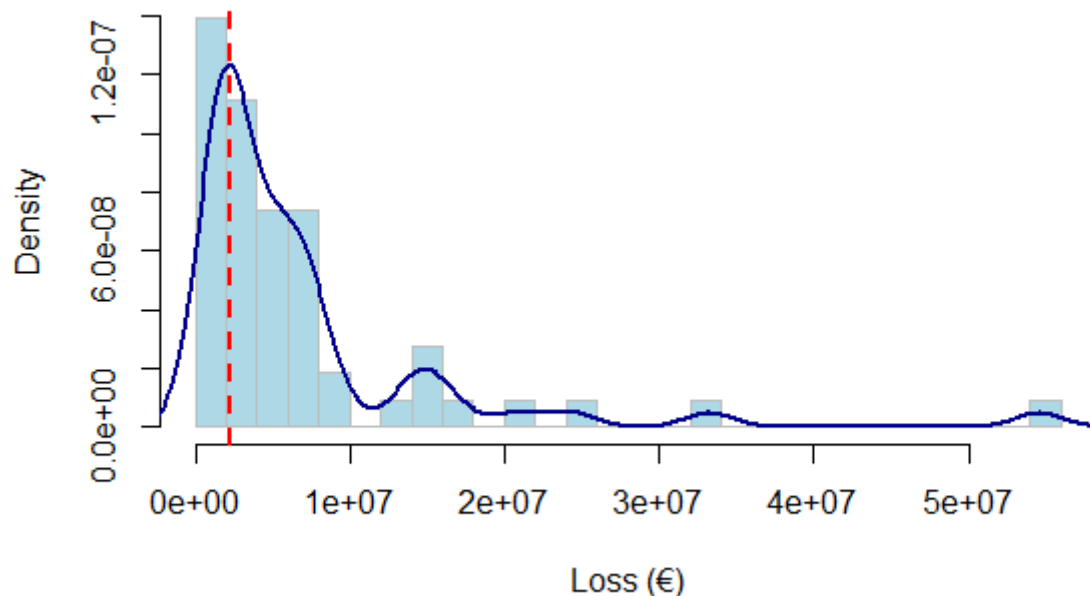
نمودار ۱ تابع توزیع احتمال تجربی را بر اساس داده های خسارت به روزرسانی شده نمایش می دهد، اما نکته حائز اهمیت برآزش توزیع مناسب به داده های خسارت موجود است. در مرحله ی بعد، به منظور مدل سازی شدت خسارت، توزیع لگ نرمال به عنوان یکی از نامزدهای

^۱ Loss Development Factor (LDF)

^۲ Trended Loss

^۳ به دلیل عدم وجود اطلاعات لازم جهت محاسبه عامل توسعه خسارت و روندسازی شدت از مفروضات معمول در این نوع خسارت ها و از تقریب بهره گرفته شد.

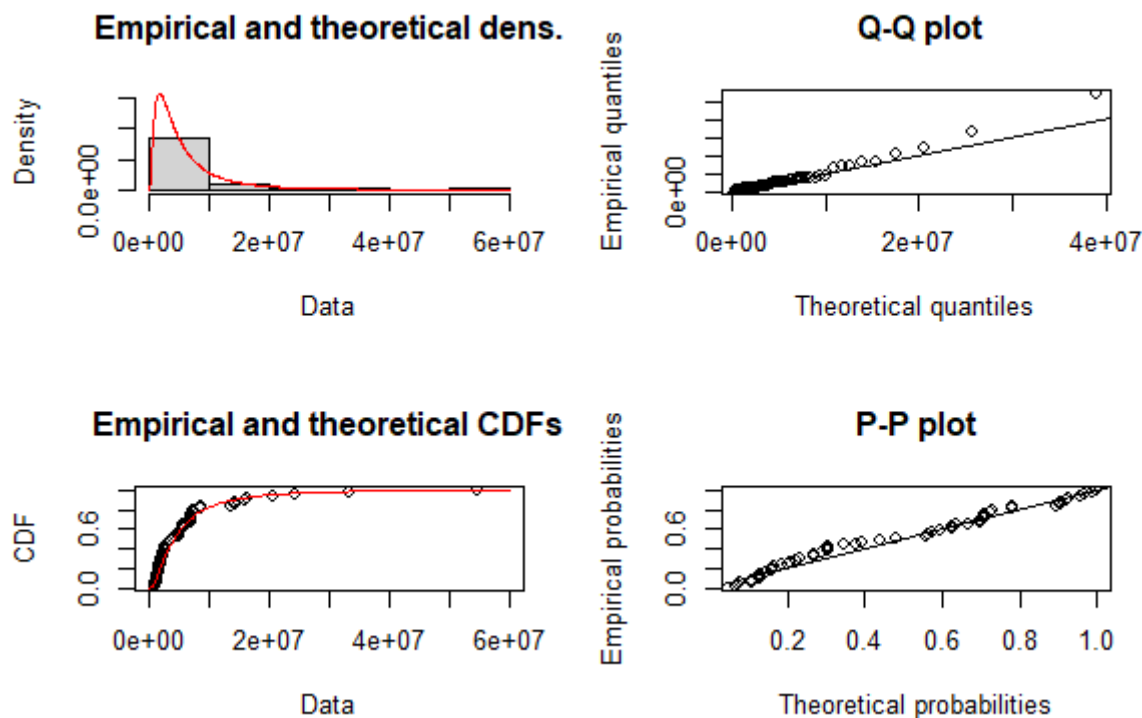
متداول در مدل سازی خسارت های بیمه ای مورد بررسی قرار گرفته است. نمودار ۲ نتایج برازش توزیع لگ نرمال به داده های تجربی را از چهار منظر آماری به تصویر می کشد (Beirlant et al., 2004; Daykin et al., 1994; Scollnik, 2007)



شکل ۱. نمودار توزیع خسارت

Figure1. loss histogram

نمودار ۱ - نمودار ۱ تابع توزیع احتمال تجربی را بر اساس داده های به روز رسانی شده نمایش می دهد. همان گونه که مشاهده می شود، توزیع تجربی خسارت ها دارای چولگی شدید به راست بوده و وجود چند خسارت پرت و سنگین در ناحیه دم راست موجب کشیدگی دم توزیع شده است. در این نمودار، خط آبی نشان دهنده ی برآورد تابع چگالی به روش ناپارامتری کرنل است، در حالی که خط چین قرمز حد آغاز پوشش اتکایی به میزان تقریبی ۲/۲ میلیون یورو را مشخص می کند. این خط نقطه ای را نشان می دهد که از آن به بعد تعهد اتکایی آغاز می شود و بخش عمده ی توزیع خسارت ها در محدوده زیر آن متمرکز است. این الگو بیانگر آن است که بخش قابل توجهی از خسارت ها خرد و متوسط اند، اما بخش کوچکی از آن ها دارای شدت بسیار بالا می باشند و ریسک دم سنگین را شکل می دهند.



شکل ۲. برازش توزیع لگ نرمال

Figure2. lognormal distribution

جهت شکل گیری دیدگاه کلان در مورد برازش توزیع لگ نرمال، از چهار منظر به آنها پرداخته شده است. نمودار چپ بالا: تطبیق تابع چگالی نظری (قرمز) با تابع چگالی تجربی نشان می دهد که توزیع لگ نرمال در ناحیه میانی داده ها عملکرد قابل قبولی دارد، اما در دم راست (خسارت های بزرگ) قادر به بازتولید فراوانی واقعی خسارت های سنگین نیست. این مسئله منجر به برآورد کمتر از واقع در لایه های بالای مازاد خسارت می شود. - نمودار راست بالا: انحراف مشهود نقاط در نواحی انتهایی - نمودار چپ پایین: مقایسه ی توزیع تجمعی نظری و تجربی نشان می دهد که لگ نرمال در بخش ابتدایی داده ها اندکی بیش برآورد داشته و در مقادیر بزرگ تر از واقعیت عقب می ماند، که این نیز تأییدی بر چولگی زیاد و ضعف لگ نرمال در بازنمایی خسارت های پرت است. - نمودار راست پایین: انحراف در احتمالات بالا.

با توجه به نمودارها و نتایج آزمون های نیکویی برازش نظیر آزمون کولموگروف-اسمیرنوف^۱، توزیع لگ نرمال اگرچه در بخش میانی داده ها کارایی مناسبی دارد، اما در ناحیه دم قادر به بازنمایی صحیح ریسک خسارت های بزرگ نیست. این عدم انطباق باعث می شود که مدل لگ نرمال در محاسبه نرخ های مربوط به لایه های بالا در قراردادهای مازاد خسارت، منجر به برآورد کمتر از واقع نرخ خالص گردد و در نتیجه، از دید بیمه گر اتکایی غیرمحافظة کارانه تلقی شود.

این رفتار در قراردادهای مازاد خسارت ریسک در رشته اموال پدیده ای کاملاً رایج است، زیرا در چنین قراردادهایی تعداد اندکی رخداد بزرگ و تأثیرگذار می توانند نتایج مالی کل قرارداد را به صورت چشمگیری دستخوش تغییر نمایند. در واقع، بخش عمده ای از خسارت ها دارای شدت های پایین تا متوسط هستند، اما تعداد کمی از خسارت های بزرگ، سهم نامتناسبی در کل خسارت تجمعی و نرخ اتکایی دارند. همچنین، از آنجاییکه برازش توزیع لگ نرمال در محدوده بدنه خسارت ها مناسب تشخیص داده شد، و همان گونه که در نمودار ۲ مشاهده شد، لذا این توزیع در دم راست عملکرد ضعیف تری دارد و دیگر نمی تواند احتمال وقوع خسارت های سنگین را به درستی بازتاب دهد.

¹ Kolmogrov-Smirnov

به همین دلیل، برای دستیابی به مدلی که هم در بخش میانی داده‌ها دقت کافی داشته باشد و هم در دم راست واقع‌گرایانه عمل کند، از مدل دوباره استفاده می‌شود. در این مدل، داده‌های خسارت به دو بخش تقسیم می‌گردند: ۷۵٪ نخست داده‌ها (پایین‌تر از صدک ۷۵) با توزیع لگ‌نرمال مدل‌سازی می‌شوند و ۲۵٪ انتهایی داده‌ها (بالتر از صدک ۷۵، یعنی حدود ۷/۰۹ میلیون یورو) با توزیع پارتو تعمیم‌یافته برازش می‌یابند. بنابراین، این ساختار ترکیبی موجب می‌شود که بخش بدنه دقت لازم را در بازتولید خسارت‌های معمولی حفظ کرده و بخش دم رفتار سنگین‌دم خسارت‌ها را پوشش دهد و از کم‌برآوردی نرخ در لایه‌های بالاتر جلوگیری نماید. در نهایت، مدل نهایی بتواند رفتار واقعی شدت خسارت در کل دامنه‌ی خسارت‌ها را به‌درستی بازنمایی کند (Beirlant et al., 2004).

به منظور دستیابی به توزیع شدت خسارت کلی که بتواند تمامی خصیصه‌های یک تابع توزیع را برآورده سازد، به طور نظری نمی‌توانیم دو توزیع را بهم متصل کنیم چراکه عملاً دو تابع توزیع را بدون ملاحظات مقیاسی بهم وصل نموده‌ایم، لذا اجرای وزن آمیخته^۱ در دم توزیع ضروری است تا از انتگرال زیر سطح تابع توزیع احتمال (برابر با ۱) اطمینان حاصل کنیم. وزن آمیخته را p_u می‌نامیم و محتوای آن یک عدد ثابت وزنی میان دو توزیع است. همچنین، نقطه آستانه، u ، نشانگر محل تلاقی دو توزیع است که در این مسئله برابر با چارک سوم خسارت‌هاست. تابع زیر توزیع احتمال آمیخته تشکیل شده را نشان می‌دهد:

$$f_X(x) = \begin{cases} (1 - p_u)f_{LN}(x | x \leq u); & x \leq u \\ p_u f_{LN}(x | x > u); & x > u \end{cases}$$

محاسبات در دو بخش مجزای فراوانی و شدت خسارت انجام می‌شود. پس از برآورد پارامترهای هر یک از توزیع‌ها با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی^۲، توزیع نهایی خسارت از طریق آمیختگی توزیع‌ها بر اساس وزن بهینه شکل داده می‌شود. سپس به منظور استخراج ویژگی‌های آماری این توزیع ترکیبی، با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو و در اندازه نمونه‌ای معادل ۲۰۰ هزار تکرار، مقادیر تصادفی از توزیع‌های مذکور تولید می‌شود.

بر اساس نتایج شبیه‌سازی حاصل از توزیع آمیخته، می‌توان زیان مورد انتظار را در هر نقطه یا لایه خاص محاسبه نمود. در این راستا، از مفهوم مقدار مورد انتظار محدودشده $LEV(t) = E(\min(X, t))$ استفاده می‌شود که بیانگر میانگین خسارت با سقف تعهد مشخص است.

نکته مهم در انجام این فرایند این است که بتوانیم میزان فراوانی مورد انتظار دخیل در هر لایه را برآورد کنیم، به منظور نیل به این مهم^۳ از تابع بقا^۴ بر روی نقاط کلیدی پوشش (یعنی، میزان کاستنی هر لایه و حد آن) استفاده متمرکز می‌شویم، تفاضل میان این دو، ما را به سوی فراوانی مورد انتظار هر لایه، یعنی جایی که لایه فعال می‌شود تا نقطه‌ای که پوشش تمام می‌شود، رهنمون می‌سازد. در زیر توابع بقا را برای پیش و پس از آستانه مرور می‌کنیم:

$$S(x | x \leq u) = (1 - p_u) \frac{F_{LN}(u) - F_{LN}(x)}{F_{LN}(u)} + p_u,$$

$$S(x | x > u) = p_u \left(1 + \epsilon \frac{x-u}{\beta} \right)^{-\frac{1}{\epsilon}}, \text{ برای } \epsilon \neq 0$$

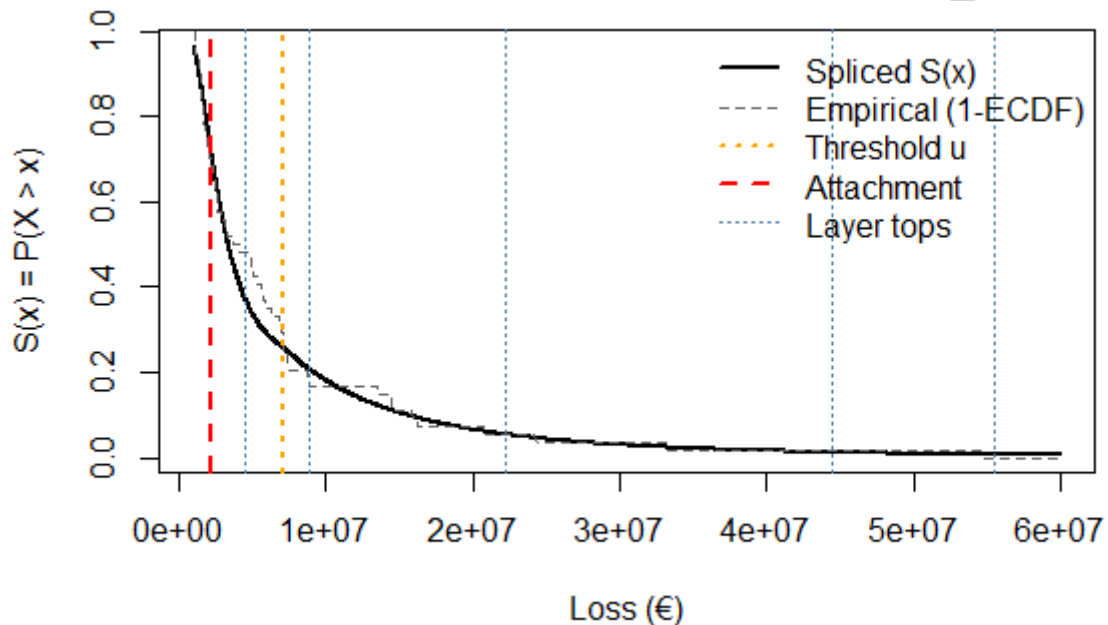
¹ Mixture Weight

² Maximum Likelihood Estimator (MLE)

^۳ نحوه اعمال فراوانی در هر یک از لایه‌های قرارداد ممکن است متفاوت باشد و بسته به شرایط بازار (نرم یا سخت) و تعداد برقراری‌های مجدد قرارداد (Reinstatement) تغییر می‌کند.

⁴ Survival Function

با این اقدام ما از پیوستگی تابع در نقطه آستانه اطمینان حاصل می‌نماییم. در تابع بقای بالاتر از آستانه در فوق ξ و β پارامترهای شکل^۱ و مقیاس^۲ توزیع پارتو تعمیم یافته می‌باشند^۳ (Beirlant et al., 2004; Daykin et al., 1994; Scollnik, 2007). نمودار ۳ دلایل آنچه تاکنون تشریح کردیم را به روشنی بیان می‌کند:



شکل ۳. نمودار تابع بقای آمیخته

Figure3. spliced survival function

این نمودار بر اساس پارامترهای برازش شده از توزیع‌های لگ‌نرمال در بدنه و توزیع پارتو تعمیم یافته در دم حاصل شده است. خط چین قرمز رنگ بیانگر نقطه‌است که پوشش آغاز می‌شود و خط چین‌های نازک آبی رنگ نشانگر بازه‌های پوشش لایه‌ها هستند، و خط چین نارنجی رنگ آستانه است. با حصول اطلاعات مورد نیاز، می‌توانیم جدول زیر را بر مبنای آنچه بیان شد، تشکیل دهیم:

لایه	کاستنی (یورو)	حد (یورو)	نرخ خالص اتکائی	ROL خالص
۱	2,222,222	2,222,222	1.54%	49.13%
۲	4,444,444	4,444,444	1.58%	25.33%
۳	8,888,888	13,333,333	2.61%	13.93%
۴	22,222,222	22,222,222	1.39%	4.46%
۵	44,444,444	11,111,111	0.34%	2.16%

جدول ۲. نتایج قرارداد

1 Shape parameter

2 Scale

^۳ در خصوص زبان‌های بالای آستانه از کاربرد نظریه The Pickands–Balkema–de Haan Theorem (PBdH Theorem) استفاده شده است که رفتار توزیع را در بالای آستانه توضیح می‌دهد. این نتیجه یکی از اساسی‌ترین نتایج در نظریه مقادیر بیشینه (Extreme Value Theory) تلقی می‌شود.

Table2. treaty results

مقایسه‌ی نرخ‌های پیشنهادی بازار با نرخ‌های خالص (چراکه نیاز است تا برقراری مجدد، حاشیه سود بیمه‌گری، هزینه‌های سرپرستی نیز به آن اضافه شوند) محاسبه شده نشان می‌دهد که در حالی که لایه اول تقریباً در سطح فنی قیمت‌گذاری شده است، اما لایه‌های دوم، چهارم و پنجم حدود ۲۵ تا ۴۰ درصد کمتر از سطح فنی قرار دارند و لایه سوم به صورت قابل توجهی (حدود ۶۵ درصد) کمتر از نرخ فنی قیمت‌گذاری شده است. لایه‌بندی این قرارداد به نحوی نامتوازن ارائه شده چراکه امکان پذیرش درصدهای همگن را از بیمه‌گر اتکائی سلب می‌نماید، این موضوع در نرخ حق بیمه خالص اتکائی به روشنی عیان است، چراکه عموماً انتظار می‌رود تا نرخ‌های اتکائی نزولی باشند (همواره ROL نزولی است)، اما این مهم در این قرارداد مشاهده نمی‌شود که نشان از پوشش گسترده در لایه میانی را دارد. این نوع از لایه‌بندی از دیدگاه بیمه‌گر اتکائی جهت مانور بر روی پذیرش چندان جذاب نیست. این موضوع بیانگر عدم کفایت نرخ در لایه‌های میانی و بالا بوده و نشان می‌دهد که نرخ‌های پیشنهادی موجود، ریسک دم‌سنگین و انحراف از برآورد میانگین را به درستی پوشش نمی‌دهند.

به عبارت دیگر، مدل آماری ترکیبی با در نظر گرفتن دم سنگین توزیع در بخش بالایی، نرخ‌هایی بالاتر از مقادیر بازار ارائه کرده است که از دیدگاه بیمه‌گر اتکائی، نشانه‌ای از ناکفایتی نرخ در ساختار فعلی محسوب می‌شود.

در نهایت، با در اختیار داشتن نتایج تحلیل کفایت نرخ در لایه‌های مختلف قرارداد و همچنین با توجه به وضعیت پرتفوی موجود بیمه‌گر اتکائی و ریسک تجمعی ناشی از پذیرش درصدهای پیشنهادی (مشارکت مجانبی)، بیمه‌گر اتکائی قادر خواهد بود تصمیمی مبتنی بر داده و تحلیل فنی در خصوص میزان پذیرش یا رد قرارداد اتخاذ نماید.

بحث نتایج

یافته‌های این پژوهش نشان می‌دهد که کفایت نرخ لایه‌های قراردادهای مازاد خسارت را نمی‌توان صرفاً بر مبنای نرخ‌های راهبر بازار یا مدل‌های ساده شدت خسارت ارزیابی کرد، زیرا چنین رویکردهایی به‌ویژه در لایه‌های میانی و بالایی، رفتار دم‌سنگین خسارت‌ها و عدم قطعیت ذاتی آن‌ها را به درستی منعکس نمی‌کنند. این نتیجه با یافته‌های پژوهش‌های پیشین در حوزه مدل‌سازی شدت خسارت هم‌راستاست که نشان داده‌اند استفاده از توزیع‌های تک‌پارامتری، منجر به کم‌برآوردی زیان‌های بزرگ و در نهایت کم‌نرخ‌ی قراردادهای مازاد خسارت می‌شود. در مقابل، به کارگیری مدل‌های ترکیبی و دوپاره شدت خسارت، امکان بازنمایی دقیق‌تر دم توزیع را فراهم کرده و برآورد واقع‌بینانه‌تری از نرخ‌های فنی ارائه می‌دهد؛ نتیجه‌ای که با ادبیات بین‌المللی در زمینه مدل‌سازی دم‌سنگین خسارت‌ها همخوانی دارد.

از سوی دیگر، نتایج این پژوهش در بخش قراردادهای مازاد خسارت فاجعه‌آمیز نشان می‌دهد که رویکردهای مبتنی بر آمار بیزی، به‌ویژه در شرایط کمبود داده تاریخی، مزیت معناداری نسبت به روش‌های کلاسیک دارند. پژوهش‌های پیشین نیز تأکید کرده‌اند که ترکیب تجربه محدود شرکت با دانش پیشین صنعت در قالب چارچوب بیزی، نه تنها منجر به برآوردهای پایاتر می‌شود، بلکه امکان لحاظ عدم قطعیت پارامترها را در تصمیم‌گیری‌های نرخ‌گذاری و سرمایه‌ای فراهم می‌کند. نتایج این مقاله این دیدگاه را تقویت می‌کند و نشان می‌دهد که نادیده گرفتن عدم قطعیت در نرخ‌گذاری لایه‌های فاجعه‌آمیز می‌تواند به پذیرش ریسک سرمایه‌ای نامتناسب منجر شود.

یافته مهم دیگر پژوهش، نقش تعیین‌کننده مورد در معرض خطر و ساختار لایه‌بندی در کفایت نرخ و مصرف سرمایه است. نتایج نشان می‌دهد که رشد حق بیمه یا تغییر نرخ‌های اسمی، لزوماً بیانگر تغییر واقعی مواجهه ریسک نیست و تمرکز ریسک‌های بزرگ در دم پرتفوی می‌تواند بدون انعکاس مناسب در نرخ، فشار قابل توجهی بر سرمایه شرکت بیمه‌گر اتکائی وارد کند. این نتیجه با مطالعات پیشین در حوزه تجمع ریسک و مدیریت پرتفوی اتکائی همسو است که بر ضرورت تحلیل مواجهه‌ها و مشارکت مجانبی قراردادهای تأکید داشته‌اند. به طور خاص، تحلیل مشارکت مجانبی در این پژوهش نشان می‌دهد که ساختار نامتوازن لایه‌بندی، امکان پذیرش همگن درصدهای مشارکت را محدود کرده و آثار سرمایه‌ای پذیرش قرارداد را تشدید می‌کند.

نتیجه‌گیری

این پژوهش نشان داد که کفایت نرخ و توانگری مالی دو مؤلفه جدایی‌ناپذیر در نظام مدیریت ریسک بیمه اتکایی هستند و ارزیابی هر یک بدون توجه به دیگری، می‌تواند منجر به تصمیم‌های غیربهبوده و افزایش ریسک ترازنامه شود. نتایج حاصل از مدل‌سازی شدت خسارت با رویکرد دوپاره و به‌کارگیری آمار بیزی در قراردادهای فاجعه‌آمیز نشان می‌دهد که نرخ‌های فنی استخراج‌شده، به‌ویژه در لایه‌های میانی و بالایی، به‌طور معناداری بالاتر از نرخ‌های پیشنهادی بازار هستند؛ امری که بیانگر وجود عدم کفایت نرخ و پذیرش ریسک سرمایه‌ای بدون جبران مناسب است.

چارچوب نظارتی داخلی ارائه‌شده در این مقاله، با پیوند دادن نرخ‌گذاری تصادفی، تحلیل دم‌سنگین خسارت‌ها، عدم قطعیت بیزی و پویایی مورد در معرض خطر، امکان ترجمه انحراف نرخ‌ها به پیامدهای سرمایه‌ای و مدیریتی را فراهم می‌آورد. به این ترتیب، خروجی مدل صرفاً یک نرخ فنی نیست، بلکه ابزاری برای تصمیم‌گیری در خصوص تعیین درصد مشارکت، بازطراحی ساختار لایه‌ها، تعدیل پوشش یا عدم پذیرش قرارداد در چارچوب ارزیابی داخلی ریسک و توانگری محسوب می‌شود.

از منظر کاربردی، نتایج پژوهش نشان می‌دهد که استفاده از چنین چارچوبی می‌تواند به بهبود حاکمیت ریسک در شرکت‌های بیمه‌گر اتکایی، افزایش شفافیت تصمیم‌های پذیرش و تقویت تعامل فنی با نهاد ناظر منجر شود. از منظر نظارتی نیز، مدل پیشنهادی بستری مناسب برای حرکت به‌سوی نظارت مبتنی بر ریسک و داده‌محور فراهم می‌کند؛ به‌گونه‌ای که کفایت نرخ، تجمع ریسک و تاب‌آوری سرمایه‌ای به‌صورت یکپارچه و مستند ارزیابی شوند.

مشارکت نویسندگان

تشکر و قدردانی

نویسندگان این مقاله بر خود لازم می‌دانند از تمامی افرادی که در فرایند انجام این پژوهش ما را یاری کردند، صمیمانه قدردانی کنند. از اساتید و متخصصانی که با ارائه نظرات ارزشمند و راهنمایی‌های علمی، نقش مهمی در بهبود کیفیت این پژوهش ایفا کردند، سپاسگزاریم. همچنین از تمامی شرکت‌کنندگان در این مطالعه که با صرف وقت و همکاری صادقانه، داده‌های لازم را در اختیار ما قرار دادند، تشکر ویژه داریم. همچنین قدردانی می‌کنیم از پژوهشکده بیمه که با حمایت‌های علمی خود زمینه انجام این پژوهش را فراهم کردند. در نهایت از خانواده‌ها و همکارانمان که با صبوری و پشتیبانی، ما را در مسیر نگارش و تکمیل این مقاله همراهی کردند، صمیمانه سپاسگزاریم.

تعارض منافع

نویسنده (گان) اعلام می‌دارند که در مورد انتشار این مقاله تضاد منافع وجود ندارد. علاوه بر این، موضوعات اخلاقی شامل سرقت ادبی، رضایت آگاهانه، سوءرفتار، جعل داده‌ها، انتشار و ارسال مجدد و مکرر توسط نویسندگان رعایت شده است.

دسترسی آزاد

کپی‌رایت نویسنده(ها) @2023: این مقاله تحت مجوز بین‌المللی Creative Commons Attribution 4.0 اجازه استفاده، اشتراک‌گذاری، اقتباس، توزیع و تکثیر را در هر رسانه یا قالبی مشروط به درج نحوه دقیق دسترسی به مجوز CC منوط به ذکر تغییرات احتمالی بر روی مقاله می‌باشد. لذا به استناد مجوز مذکور، درج هرگونه تغییرات در تصاویر، منابع و ارجاعات یا سایر مطالب از اشخاص ثالث در این مقاله باید در این مجوز گنجانده شود، مگر اینکه در راستای اعتبار مقاله به اشکال دیگری مشخص شده باشد. در صورت عدم درج مطالب مذکور یا استفاده فراتر از مجوز فوق، نویسنده ملزم به دریافت مجوز حق نسخه‌برداری از شخص ثالث می‌باشد.

به منظور مشاهده مجوز بین‌المللی Creative Commons Attribution 4.0 به آدرس زیر مراجعه گردد:

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>

یادداشت ناشر

ناشر نشریه پژوهشنامه بیمه با توجه به مرزهای حقوقی در نقشه‌های منتشر شده بی‌طرف باقی می‌ماند.

- Beirlant, J., Goegebeur, Y., Segers, J., & Teugels, J. (2004). *Statistics of extremes: Theory and applications*. Wiley. <https://www.wiley.com/en-us/Statistics+of+Extremes%3A+Theory+and+Applications-p-9780471976479>
- De Haan, L., & Ferreira, A. (2006). *Extreme Value Theory: An Introduction*. Springer. <https://doi.org/10.1007/0-387-34471-3>
- Daykin, C. D., Pentikäinen, T., & Pesonen, M. (1994). *Practical Risk Theory for Actuaries*. Chapman & Hall. <https://www.taylorfrancis.com/books/mono/10.1201/9781482289046/practical-risk-theory-actuaries-daykin-martti-pesonen-pentikainen>
- Schwepcke, A. (2004). *Schwepcke, A. (2004). Reinsurance: Principles and State of the Art-A Guidebook for Home Learners*. <https://search.worldcat.org/title/reinsurance-principles-and-state-of-the-art-a-guidebook-for-home-learners/oclc/880420699>
- Derrig, R., & Klugman, S. (2004). *Insurance Risk and Ruin*. Cambridge University Press. [https://www.nzdr.ru/data/media/biblio/kolxoz/M/MV/MVsa/Dickson%20D.C.M.%20Insurance%20risk%20and%20ruin%20\(2pr.,%20CUP,%202006\)\(ISBN%200521846404\)\(242s\)_MVsa_.pdf](https://www.nzdr.ru/data/media/biblio/kolxoz/M/MV/MVsa/Dickson%20D.C.M.%20Insurance%20risk%20and%20ruin%20(2pr.,%20CUP,%202006)(ISBN%200521846404)(242s)_MVsa_.pdf)
- Fundación MAPFRE. (2006). *Introduction to Reinsurance*. Fundación MAPFRE. <https://www.fundacionmapfre.org>
- Friedland, J. (2010). *Estimating Unpaid Claims Using Basic Techniques* (CAS Monograph Series No. 1). Casualty Actuarial Society. https://www.casact.org/sites/default/files/2021-03/5_Friedland.pdf
- Mango, D. F. (1998). An application of game theory: Property catastrophe risk load. *Proceedings of the Casualty Actuarial Society*, 85, 69–93. <https://www.casact.org/sites/default/files/old/97-13.pdf>
- McNeil, A. J., Frey, R., & Embrechts, P. (2015). *Quantitative risk management: Concepts, techniques and tools* (Rev. ed.). Princeton University Press. https://www.researchgate.net/publication/235622467_Quantitative_Risk_Management_Concepts_Techniques_and_Tools
- Scollnik, D. P. M. (2007). On composite Lognormal–Pareto models. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2007(1), 20–33. <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/03461230601110447>
- Werner, G., & Modlin, C. (2016). *Basic ratemaking*. Casualty Actuarial Society. <https://www.casact.org>
- Zio, E. (2018). The future of risk assessment. *Reliability Engineering & System Safety*, 177, 176–190. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2018.04.020>