Iran. J. Insur. Res., **(*): *-*, ****** ***

Iranian Journal of Insurance Research
(IJIR)
Homepage: https://ijir.irc.ac.ir/?lang=en

ORIGINAL RESEARCH PAPER

Modeling non-life insurance risks and capital requirements in Iran's insurance company: Coppola's approach

Z. Aghilifar; S. Y. Abtahi*; G. Askarzadeh; H. Khajeh Mahmoodabadi

[1]*Department of Financial Engineering, Yazd Branch, Islamic Azad University. Yazd, Iran*

ARTICLE INFO

Article History:

***KEYWORDS*:**
Dependence modeling
non-life insurance
Copula approach
Iran's insurance ompany

*Corresponding Author:
Email:
Phone:
ORCID

ABSTRACT

BACKGROUND AND OBJECTIVES: The purpose of this paper is to investigate the sensitivity of the required capital to the dependence structure among non-life insurance claims in multivariate environments. Based on this, at the beginning, dependency modeling was done in a real environment using the database related to monthly claims (without recycling) resulting from five types of non-life insurance in the Iran Insurance Company, including engineering, liability, third party, automobile insurance, and fire insurance has been made.

METHODS: The data includes the severity of claims in each field. and it was collected during the monthly period of ۲۰۱۱:۰۳-۲۰۲٤:۰۲. Then, th
There are no sources in the current document.e parameters of D-vine copula are estimated among the claims by five types of non-life insurance, and goodness of fit tests are performed to conclude the optimal copula. The multivariate distribution is simulated by a combination of univariate marginal distributions and bivariate copulas. Finally, the estimation of risk-taking capital using VaR and TVaR has been done on simulated total losses according to their weight, and a comparative study has been done using independent copula.

FINDINGS: The results show that paying attention to the implicit dependence between losses significantly affects the total risk capital. This result is confirmed by the estimated capital requirement values. In fact, paying attention to the implicit dependence between insurance fields leads to a capital reduction of ۱,۵٪ for VaR and ۳,۹٪ for TVaR.

CONCLUSION: the choice of non-life insurance risk dependency modeling is very important and paying attention to non-linear dependencies in the structure of various insurance branches can reveal the benefits of diversification to the insurance portfolio of companies and measuring the amount of benefits from diversification based on the correct selection of non-life insurance risk dependency models. this is an issue that needs to be considered in choosing the portfolio of insurance companies.

Iran. J. Insur. Res., **(*): *-*, ****** ***

نشریه علمی پژوهشنامه بیمه

سایت نشریه: Homepage: https://ijir.irc.ac.ir/?lang=fa

مقاله علمی

مدل‌سازی ریسک‌های بیمه غیر عمر و الزامات سرمایه در شرکت سهامی بیمه ایران: رویکرد کاپولا

زین العابدین عقیلی فر؛ سیدیحیی ابطحی؛ غلامرضا عسکرزاده؛ حمید خواجه محمودآبادی

گروه مدیریت مالی، واحدیزد، دانشگاه آزاد اسلامی، یزد، ایران

چکیده

پیشینه و اهداف: هدف این مقاله بررسی حساسیت سرمایه موردنیاز به ساختار وابستگی در بین خسارات بیمه‌های غیرزندگی در محیط‌های چند متغیره است. بر این اساس در ابتدا، مدل‌سازی وابستگی در یک محیط واقعی با استفاده از پایگاه داده مربوط به خسارت‌های ماهانه (بدون بازیافت) حاصل از پنج رشته بیمه غیرعمر در شرکت سهامی بیمه ایران صورت گرفته است.

روش‌شناسی: داده‌ها شامل شدت خسارت‌های وارده در هر رشته است. و طی دوره ماهانه ۱۴۰۲:۱۲-۱ ۱۳۹۰:۰ گردآوری‌شده است. سپس پارامترهای کاپولای D-vine در میان خسارت‌های ناشی از پنج شاخه بیمه غیرعمر برآورد شده و آزمون‌های خوبی برازش برای نتیجه‌گیری کاپولای بهینه انجام‌شده است. سرانجام، برآورد سرمایه ریسک‌پذیر با استفاده از VaR و TVaR بر روی خسارات کل شبیه‌سازی‌شده با توجه به وزن آن‌ها انجام‌شده و یک مطالعه تطبیقی با استفاده از کاپولای مستقل صورت گرفته است.

یافته‌ها: نتایج نشان می‌دهد که توجه به وابستگی ضمنی بین زیان‌ها به میزان قابل‌توجهی بر کل سرمایه ریسک‌پذیر تأثیر می‌گذارد. این نتیجه توسط مقادیر الزام سرمایه‌برآورد شده تأیید می‌شود. درواقع توجه به وابستگی ضمنی بین رشته‌های بیمه‌ای منجر به کاهش سرمایه ۵/۱٪ درصدی برای VaR و ۳/۹٪ درصدی برای TVaR می‌شود.

نتیجه‌گیری: انتخاب مدل‌سازی وابستگی ریسک‌های بیمه‌های غیرعمر از اهمیت زیادی برخوردار هستند از طرف دیگر، توجه به وابستگی‌های غیرخطی در ساختار انواع شاخه‌های بیمه‌ای می‌تواند مزایای تنوع‌بخشی به پرتفوی بیمه‌ای شرکت‌ها را آشکار کند و اندازه‌گیری میزان منافع حاصل از تنوع‌بخشی بر اساس انتخاب درست مدل‌های وابستگی ریسک‌های بیمه‌های غیرعمر حاصل می‌شود و این موضوعی است که لازم است در انتخاب پرتفوی شرکت‌های بیمه موردتوجه قرار گیرد.

کلمات کلیدی:
مدل‌سازی وابستگی
بیمه‌های غیرعمر
روش کاپولا
شرکت سهامی بیمه ایران

ایمیل: ،
تلفن:
ORCID:

پژوهشنامه بیمه ویرایش نشده

مقدمه

با توجه به چارچوب‌های قانونی پرداخت بدهی در کشورهای مختلف، شرکت‌های بیمه ملزم به تقویت سیستم مدیریت ریسک و بهینه‌سازی استراتژی‌ها برای تعیین کمیت ریسک‌هایی هستند که در فعالیت‌های خود با آن مواجه هستند. توجه به سطح سرمایه کافی، به این معنی است که این شرکت‌ها قابلیت جذب تغییرات نامطلوب زیان‌های پیش‌بینی‌نشده را کسب کرده‌اند و نگرانی‌های نهادهای ناظر و بیمه‌گذاران و سایر ذینفعان را در نظر می‌گیرند. طبق دستورالعمل‌های تنظیم‌کننده، الزام سرمایه پرداخت بدهی، که توسط یک فرمول استاندارد یا یک مدل داخلی به دست می‌آید، به‌عنوان سطح سرمایه تعریف می‌شود، تحت دستورالعمل توان پرداخت بدهی اتحادیه اروپا سرمایه موردنیاز پرداخت بدهی، مقدار وجوهی است که شرکت‌های بیمه و بیمه اتکایی باید نگهداری کنند تا اطمینان ۹۹.۵ درصدی داشته باشند که می‌توانند از شدیدترین خسارت‌های مورد انتظار در طول یک سال جان سالم به دربرند. در ایران نیز، شرکت‌ها بیمه موظف‌اند طبق آیین‌نامه شماره ۶۹ شورای عالی بیمه، مشابه با نسبت کفایت سرمایه بانک‌ها، نسبت توانگری مالی خود را هرساله محاسبه و به همراه صورت‌های مالی خود برای اخذ تأییدیه به بیمه مرکزی جمهوری اسلامی ایران ارسال کنند. این نسبت از تقسیم سرمایه موجود بر سرمایه الزامی کل که برابر با ریسک کل پذیرفته‌شده شرکت است، به دست می‌آید. اگر نسبت توانگری مالی یک شرکت بیمه از حدود تعیین‌شده بیمه مرکزی ج.ا.ا کمتر شود، شرکت بیمه باید اقدامات و برنامه‌های مالی بهبود خود را ارائه دهد و در صورت ناکافی بودن این برنامه‌ها (اگر این نسبت زیر ۷۰ درصد باشد)، شرکت بیمه باید اقدام به افزایش سرمایه نمایند.

بااین‌حال، چندین مطالعه از فرمول‌های استاندارد برای فشار نهادهای تنظیم‌کننده مقررات به بیمه‌گران در ایجاد مدل‌های خود برای ارزیابی سرمایه موردنیاز انتقاد می‌کنند.(Arbenz et al.,۲۰۱۳) در این رابطه، مطالعات تجربی مربوط، حساسیت معیارهای ریسک متفاوت و همچنین وابستگی‌های غیرخطی را به تنظیمات اولیه در مورد الزامات سرمایه پرداخت بدهی نشان داده‌اند.(Schmeiser et al.,۲۰۱۲) .چنین بحثی بر اهمیت ایجاد یک رابطه خاص بین تجمیع ریسک و سرمایه ریسک تأکید می‌کند، که به نظر می‌رسد ارتباط مستقیمی با توان پرداخت بدهی شرکت‌های بیمه و به‌طورکلی با سلامت کلی صنعت بیمه دارد .بنابراین، این سؤال باقی می‌ماند که چه میزان سرمایه‌برای شرکت‌های بیمه برای پوشش ریسک کلی لازم است؟

در ادبیات بیمه، چندین رویکرد تجمیع ریسک تاکنون مطرح‌شده است. برآورد زیان کل یک پرتفوی بیمه، تجمیع زیان فعالیت‌های مختلف بیمه‌ای را که توزیع ریسک آن‌ها متفاوت است را در نظر می‌گیرد. (Guilln et al.,۲۰۱۳) یک رویکرد پارامتری قابل‌انعطاف از کمیت ریسک را برای توزیع خسارت‌های دارای همبستگی در محیط چند متغیره ارائه می‌دهند. آن‌ها فرم خاصی از معیارهای ریسک VaR و TVaR برای خانواده توزیع بتا را پیشنهاد می‌دهند، که به‌ویژه برای متغیرهای تصادفی مثبت با زیان‌های نامتقارن سازگار است.

مدل‌سازی وابستگی با استفاده از کاپولا حوزه‌ای است که توجه روزافزونی را در بسیاری از بخش‌های کاربرد به خود جلب کرده است. ازنقطه‌نظر ریاضی، تابع copula اجازه جداسازی ساختار وابستگی از توزیع‌های حاشیه‌ای را می‌دهد، که برای تشکیل مدل‌های تصادفی چند متغیره مفید است. بر اساس قضیه اسکلار (۱۹۵۹)، یک کاپولا به‌عنوان یک توزیع احتمال چند متغیره تعریف می‌شود که در آن، توزیع احتمال حاشیه‌ای هر متغیر یکنواخت است. در ادبیات بیمه‌ای، چندین کاربرد از کاپولا در صنعت بیمه مورد بررسی قرارگرفته است. (Frees and Valdez,۱۹۹۶؛ Zhao ; Eling and Toplek,۲۰۰۹ and Zhou,۲۰۱۰).

درحالی‌که تعداد زیادی از انواع کاپولاهای دومتغیره وجود دارد که می‌توانند با طیف وسیعی از وابستگی‌های پیچیده مطابقت داشته باشند، بااین‌حال، آن‌ها نمی‌توانند رابطه بین بردارهای چند متغیره را با توجه به محدودیت ابعادی توصیف کنند. پیشرفت‌های اخیر برای مدل‌های کاپولای با ابعاد بالا به سمت ساختارهای سلسله مراتبی بر اساس بلوک‌ها که به‌عنوان کاپولای جفتی شناخته می‌شوند، گرایش دارند (Aas et al., ۲۰۰۹). این ساختار مخصوصاً مربوط به‌نوعی کاپولا به نام کاپولای تاک است که تشکیل توزیع‌های چند متغیره را ساده کرده است. در این مقاله، این قابلیت ، به چارچوب فعالیت‌های بیمه‌ای تعمیم داده می‌شود و کاربرد کاپولاهای چند متغیره با استفاده از کاپولای D-Vine وبر اساس داده‌های خسارت‌های بیمه‌ای معرفی می‌شود.

هدف این مقاله بررسی حساسیت سرمایه موردنیاز به ساختار وابستگی در بین خسارات بیمه‌های غیرزندگی در محیط‌های چند متغیره است و در پی پاسخ به این سوال ها است که ساختار وابستگی بین ریسک‌های بیمه ای در رشته های بیمه غیر عمر چگونه است؟ و الزامات سرمایه در شرکت سهامی بیمه ایران چگونه تحت تاثیر این وابستگی ها قرار می گیرد؟. تعریف اساسی از سرمایه مورد ریسک را می‌توان به‌صورت مقدار کامل ارزش قابل‌تحمل یک پرتفوی ریسک در بدترین وضعیت در نظر گرفت.

بر پایه مطالعه Brechmann and Schepsmeier(۲۰۱۳) در مورد کاپولای تاک و همچنین مطالعهTang and Valdez(۲۰۰۹) که پیرامون الزام سرمایه در یک محیط چند متغیره، تأکید دارد، در این مطالعه یک رویکرد قابل‌انعطاف از مدل‌سازی وابستگی ، برای جمع‌آوری ریسک‌های ناهمگن با استفاده از توابع کاپولا پیشنهادشده است. ادامه مقاله به شرح زیر تدوین‌شده است. در بخش آینده، بررسی ادبیات مربوطه نشان داده‌شده است، درحالی‌که بخش ۳ روش‌شناسی زیربنای برآورد سرمایه ریسک را توصیف می‌کند. علاوه بر این، توزیع‌های چند متغیره را با استفاده از ساختارهای جفتی و روش‌های تخمین پارامترهای آن‌ها توصیف می‌کنیم. در بخش ۴، ما تجزیه‌وتحلیل تجربی و نتایج را ارائه می‌کنیم و سپس در بخش ۵ نتیجه‌گیری می‌کنیم.

ادبیات تحقیق

با ظهور مدیریت ریسک یکپارچه به‌عنوان یک‌رشته متمایز در بانکداری و بیمه، موضوع تجمیع ریسک از طریق تئوری کاپولا اخیراً در مطالعات تجربی موردتوجه قرارگرفته است. در این بخش، ادبیات تجربی پیرامون رابطه بین تجمیع ریسک و برآورد سرمایه موردنیاز با استفاده از کاپولاها موردبحث قرار می‌گیرد. ادبیات مالی به‌شدت بر تعامل بین ریسک‌های بازار، اعتباری و عملیاتی در بخش بانکداری و بیمه تأکید کرده است(Dimakos and Aas,۲۰۰٤). به‌عنوان‌مثال، Rosenberg and Schuermann's(۲۰۰٦) نشان می‌دهند که چگونه می‌توان از کاپولاها به‌جای همبستگی برای در نظر گرفتن وابستگی‌های ریسک بهتر در دم توزیع استفاده کرد.

Liang et al,.(۲۰۱۳) فرآیند یکپارچه‌سازی ریسک اعتباری بانک‌های تجاری چین و ریسک بازار را با کاپولا استخراج کرده و نتایج با مدل‌های کاپولای بیضوی و ارشمیدسی مقایسه می‌کنند. نتایج مطالعه آن‌ها نشان می‌دهد که کاپولای عاملی نتیجه محتاطانه‌تری در یکپارچه‌سازی ریسک ارائه می‌دهد.

بررسی جامع‌تر رویکردهای اخیر، نیاز به تشخیص ریسک یک موسسه مالی را با بررسی وابستگی ریسک‌های عملیاتی از طریق استفاده از کاپولاهای چند متغیره نشان می‌دهد . (Brechmann et al,.(۲۰۱٤) . حساسیت‌های سرمایه موردنیاز و موضوع مرتبط با تنوع سود ناشی از فعالیت رشته‌های متعدد بیمه‌ای درزمینه تجمیع ریسک‌ها توسط کاپولا را بر اساس داده‌های بیمه عمومی استرالیا بررسی می‌کنند. Diers et al.(۲۰۱۲) ساختارهای وابستگی ریسک‌های بیمه غیرزندگی را با استفاده از کاپولای برنشتاین مدل‌سازی و کاپولای برنشتاین را با سایر کاپولاهای پرکاربرد مقایسه کرده‌اند. نتایج مطالعه آن‌ها مزایای کاپولا برنشتاین، ازجمله انعطاف‌پذیری آن در اعمال ساختارهای وابستگی ناهمگن و استفاده آسان از آن در یک زمینه شبیه‌سازی را به دلیل ماهیت آن به‌عنوان مخلوطی از چگالی‌های بتای مستقل را نشان می‌دهد. Brechmann and Joe,(۲۰۱۵) مدیریت کمی ریسک با مدل‌سازی ریسک‌های بیمه غیرزندگی در یک چارچوب چند متغیره را بررسی کرده‌اند. در این مطالعه تأثیر مدل‌سازی وابستگی صریح را در بین خسارت‌های بیمه غیرزندگی بر سرمایه موردنیاز با استفاده از کاپولا موردمطالعه قرارگرفته است .با استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو، نتایج این مطالعه مزایای کاپولای D-Vine را در مدل‌سازی ساختارهای ناهمگن وابستگی نشان می‌دهد.

Ghosh et al.(۲۰۲۲)از کاپولای تاک برای مطالعه ساختار وابستگی برخی از داده‌های شناخته‌شده بیمه زندگی واقعی و شناسایی بهترین کاپولای دومتغیره در هر مورداستفاده کرده‌اند. در مطالعه آن‌ها ویژگی‌های ساختاری مرتبط با این کاپولای دومتغیره نیز با تمرکز عمده بر ساختار وابستگی دم آن‌ها موردبحث قرارگرفته است. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که انواع خاصی از کاپولای ارشمیدسی با خاصیت وابستگی دم‌سنگین، یک چارچوب مناسب برای شروع ازنظر مدل‌سازی داده‌های خسارت بیمه هستند. ندیری و همکارن (۱۴۰۱) پویایی‌های ارزش در معرض ریسک را با رویکرد کاپولا بررسی نموده‌اند. نتایج پژوهش نشان می‌دهد که سری‌های زمانی کوانتایل های حاصل از مدل کاپولای ترکیبی به سبب فرکانس بالای زمانی نسبت به مدل ,MCAViaR پویایی را به‌خوبی نشان می‌دهد. نتایج حاصل از آزمون پس آزمایی کوپیک نیز تأییدکننده عملکرد بهتر مدل کاپولای ترکیبی نسبت به مدل MCAViaR است.

Mirbargkar and Sohrabi.(۲۰۲۰)در مطالعه خود ساختار وابستگی بین بازارهای سهام ایران، ترکیه، چین و امارات بر اساس رویکرد کاپولا بررسی کرده‌اند. نتایج تحقیق نشان‌دهنده وجود ساختار وابستگی نامتقارن در رژیم‌های رونق و رکود است, به‌نحوی‌که در دوران رکود ساختار وابستگی بین این بازارها با بازار ایران شدیدتر از دوران رونق است . Keshavarz Haddad and Heyrani (۲۰۱۵) ارزش در معرض ریسک باوجود ساختار وابستگی بین بازدهی‌های مالی را با استفاده از توابع کاپولا برآورد نموده‌اند. نتایج تجربی پژوهش نشان می‌دهد وابستگی ساختاری نامتقارنی بین محصولات شیمیایی و دارویی بورس تهران وجود دارد. همچنین, یافته‌ها حاکی از دقت و کفایت بیشتر رهیافت Copula-GARCH نسبت به مدل‌های متداول در پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک سبد دارایی و روش‌های شبیه‌سازی تاریخی است.

روش‌شناسی

مدل‌سازی ساختار وابستگی در بین خسارت‌های بیمه‌ای نیاز به یک روش خاص دارد که شامل جداسازی توابع توزیع حاشیه‌ای از توزیع‌های مشترک آن‌هاست. کاپولا قوی‌ترین ابزار را برای توصیف ساختار وابستگی نامتقارن بدون هیچ‌گونه فرضی در مورد فرم پارامتری توزیع‌های حاشیه‌ای ارائه می‌کند. تنوع گسترده‌ای از خانواده کاپولاها وجود دارد. این مقاله، به‌طور خاص بر روی کاپولاهای بیضوی و ارشمیدسی متمرکزشده است. کاپولاهای بیضوی (کاپولای گاوسی و کاپولای T-Student)، که یک وابستگی خطی را در نظر می‌گیرند، بر اساس توزیع‌های چند متغیره بیضوی هستند. بااین‌حال، کاپولای ارشمیدسی توصیف کاملی از ساختارهای وابستگی متنوع، ازجمله وابستگی‌های نامتقارن، که در آن ضرایب دم پایین و دم بالایی متفاوت است، ارائه می‌دهد. دو نوع از کاپولاهای ارشمیدسی شامل کاپولای کلایتون (وابستگی مثبت و دم پایین) و کاپولای فرانک (وابستگی مثبت و منفی و استقلال دم) در این مطالعه موردتوجه قرارگرفته است.

مدل ساخت جفت کاپولا

پیشرفت‌های اخیر برای مدل‌های کاپولای با ابعاد بالا به سمت ساختارهای سلسله مراتبی مبتنی بر بلوک‌ها ، که به‌عنوان مدل ساخت کاپولای جفتی (PCC) شناخته می‌شود، گرایش دارد که کاپولاهای تاک(Vine Copula) نیز نامیده می‌شود. به‌طور خاص، کاپولاهای تاک، نمایش‌های گرافیکی برای توصیف کاپولاهای چند متغیره هستند که با استفاده از آبشاری از کاپولاهای دومتغیره بر اساس ساختار منطقی خاص ساخته‌شده‌اند.

با استفاده از ساختارهای جفت-کاپولا، چگالی کاپولای مشترک c را می‌توان به‌عنوان حاصل‌ضرب چندین جفت-کاپولای دومتغیره بیان کرد. اگر f تابع چگالی مشترک n متغیر تصادفی $X = (X_1, \dots, X_n)$، باشد، تجزیه زیر را در نظر می‌گیریم:

$$f(X1,\dots,Xn) = f(Xn).f(Xn-1|Xn).f(Xn-2|Xn-1,Xn)f(X1|X1,,Xn) \quad (1)$$

که در آن $f(.|.)$ چگالی شرطی را نشان می‌دهد. در این مطالعه، کاپولای D-Vine مورداستفاده قرار می‌گیرد زیرا مجموعه داده‌ها برای این ساختار زمانی مناسب است که متغیر پایلوت وجود نداشته باشد. برای ساختار D-Vine با n بعد، $n!$ ترکیب احتمالی برای ریشه‌های درخت وجود دارد! چگالی $f(u1,\dots,un)$ با رابطه زیر ارائه می شود:

$$\prod_{k=1}^{n} f(u_k) \prod_{i=1}^{n-1} \prod_{i=1}^{n-j} Cij\,[F(ui|ui+1,\dots,ui+j-1), F(ui+j|ui+1,\dots,ui+j-1)] \quad (2)$$

جایی که شاخص j درخت‌ها را مشخص می‌کند، درحالی‌که i شاخه‌های هر درخت را معرفی می‌کند. برای تخمین پارامتر کاپولای D-vine، روش حداکثر درستنمایی متعارف (CML) پیشنهادشده توسط Genest et al.(۲۰۰۹) بکار برده می‌شود. چرا که هیچ فرضی بر فرم پارامتریک حاشیه‌ها تحمیل نمی‌کند. به‌طور خاص، روش CML از تبدیل انتگرال احتمال تجربی برای به دست آوردن حاشیه‌های یکنواخت [۰، ۱] استفاده می‌کند. این روش در دو مرحله خلاصه می‌شود:

۱. تبدیل حاشیه‌های $\{(xt,\dots,xt)\}^T$ در متغیرهای یکنواخت $\{(ut,\dots,ut)\}^T$ با استفاده از تابع توزیع تجمعی تجربی (CDF)

۲.برآورد پارامترهای کاپولای

$$\hat{\theta} = argmax \sum_{t=1}^{T} ln\, C(\hat{u}^t,\dots,\hat{u}^t).$$

برای بررسی اعتبار انتخاب کاپولای D-vine بهینه، در مرحله اول یک تحلیل معیار دومتغیره در نظر گرفته می‌شود تا استحکام آزمون مورداستفاده در یک محیط ساده بررسی شود. در اینجا یک آزمون برازش با تکیه‌بر فرآیند کندال انجام می‌شود که توسط Genest et al.(۱۹۹۵) ارائه‌شده است.

-معیارهای ریسک و فرایند شبیه‌سازی

هدف اصلی مدل‌سازی چند متغیره، ارزیابی دقیق سرمایه ریسک‌پذیر برای یک شرکت بیمه معمولی است. ازنظر مفهومی، سرمایه ریسک‌پذیر منعکس‌کننده حمایت مالی موردنیاز برای اطمینان از بقای یک شرکت در بدترین سناریو است و به‌عنوان سطح سرمایه نگهداری شده توسط یک موسسه برای پوشش خسارت‌های غیرمنتظره در آستانه تحمل ریسک معین α در یک دوره زمانی مشخص T تعریف می‌شود.

یک ارزیابی مدل جامع از سرمایه موردنیاز در رابطه با ریسک بیمه غیرزندگی برای مراقبت بلندمدت می‌تواند تحت فضای احتمال $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ برای یک شرکت بیمه فعال در شاخه‌های بیمه‌ای مختلف ایجاد شود. درواقع، این مدل سرمایه ریسک‌پذیر محاسباتی را ارائه

می‌کند که از فرآیند تجمیع ریسک‌ها تحت مفروضات مختلف کاپولا استخراج می‌شود. (McNeil et al,.(۲۰۰۵

در اینجا، یک مدل سرمایه ریسک‌پذیر بر پایه رویکرد خاص تجمیع ریسک بر اساس کاپولای D-vine معرفی می‌شود. داده‌های موجود بر اساس گروه ریسک i (شاخه بیمه‌ای خاص) و در طول زمان T جمع‌آوری می‌شوند. بنابراین، طبقه ریسک برای توزیع‌های ریسک حاشیه‌ای مشخص F_i به‌صورت ارائه می‌شود.

$$Cn = (F1,\dots,Fn) = \{X1+\dots+Xn : Xi \sim Fi, i = ۱,\dots,n\} \quad (۳)$$

که در آن ، Xi متغیرهای تصادفی غیر منفی هستند که ریسک‌های فردی را برای یک دوره T معین نشان می‌دهند. در اینجا زیان کل با $S \geq ۰$ نشان داده می‌شود. S توسط یک بردار تصادفی چند متغیره از متغیرهای وابسته تولید می‌شود. بنابراین زیان کل به رابطه بین این ریسک‌ها بستگی دارد. در ادامه، X بردار خسارت یک شرکت بیمه یا مجموع زیان پرتفوی یک موسسه را بیان می‌کند. به‌طور خاص، Tang and Valdez(۲۰۰۹)برای هر کاپولا، توزیع زیان کل در سطح شرکت را به‌صورت میانگین وزنی خسارت هر شاخه بیمه‌ای بر اساس نسبت از پیش تعیین‌شده حق بیمه محاسبه می‌کنند. سپس، زیان کل به‌صورت زیر تعیین می‌شود:

$$S = \sum_{i}^{n} \lambda_{it} S_{it}$$

که در آن $\lambda_{it} = \frac{EP_{i,t}}{\sum_{i=۱}^{n} EP_{i,t}}$ وزن شاخه بیمه‌ای i در پرتفو است؛ این وزن بر اساس حق بیمه به‌دست‌آمده در دوره t در مقایسه با مقادیر حق بیمه ریسک i است. مجموع آن‌ها برابر با یک است. درنهایت، معیار ریسک برای تحلیل سرمایه ریسک تحت مدل وابستگی غیرخطی اعمال می‌شود. (Diers et al. ۲۰۱۲). بنابراین، برآورد سرمایه موردنیاز (CR) بر اساس ارزیابی احتمالی خسارت‌های بالقوه آتی است و از طریق اقدامات ریسک مبتنی بر کوانتایل تعیین می‌شود. به‌صورت نظری، ارزش در معرض ریسک (VaR) حداکثر ضرر احتمالی است که می‌تواند یک شرکت را در یک سطح اطمینان معین و در یک افق زمانی T حمایت کند. به‌طورکلی، $\alpha - VaR$ در سطح $\alpha \epsilon[۰,۱]$ توسط:

$$VaR_{۱-\alpha}(X) = \inf\{x \in \mathrm{R} : P(X \leq x) \geq ۱ - \alpha\}$$

تعریف می‌شود. هنگامی‌که *cdf F(x)* متغیر تصادفی X پیوسته است، $VaR_{\alpha}(X)$ یک *x* منحصربه‌فرد است که

$$F(x) = \mathrm{P}(X \leq x) = ۱ - \alpha, V\,aR1-\alpha(X) = F-۱(۱ - \alpha).$$

$F_x^{-۱}(۱-\alpha)$ را برآورده می‌کند. VaR چندک k-امین توزیع متغیر تصادفی خسارت X است.ارزش در معرض ریسک دم بالایی توزیع را توصیف می‌کند. در سطح اطمینان $\alpha \epsilon[۰,۱]$ ، TVaR به‌صورت :

$$TVaR(X) = \frac{۱}{۱-\alpha}\int_{۱}^{p} VaR_{\alpha}(X).dp.$$

تعریف می‌شود. برای یک تابع توزیع خسارت پیوسته F_X، TVaR به‌عنوان خسارت مورد انتظار شرطی فراتر از $VaR: TailVaR_{\alpha}(X) = E_{\alpha}[(X|X) \geq VaR_p(X)]$ تفسیر می‌شود. در غیر این صورت، TVaR را می توان به‌صورت زیر نوشت:

$$TVaR_{\alpha}(X) = VaR_{\alpha}(X) + \frac{۱}{۱-\alpha}E[(X - VaR_{\alpha}(X))^{+}]$$

برای به دست آوردن تخمین‌های VaR و TVaR از خسارت کل S در سطح اطمینانα با ترکیب کاپولاها، شبیه‌سازی n خسارت با استفاده از مدل چند متغیره به‌صورت زیر انجام می‌شود:

مرحله ۱: توزیع حاشیه‌ای مناسب برای هر خسارت انفرادی برازش می‌شود و برآورد پارامترها به دست می‌آیند.

مرحله ۲: با استفاده از تابع توزیع تجمعی برآورد شده، متغیرها به شکل یکنواخت $u_i \epsilon[۰,۱]$ تبدیل می شوند

$$u_۱ = \hat{F}_۱(X_۱), \dots, u_n = \hat{F}_n(X_n) \quad i = ۱, \dots, n::$$

مرحله ۳: کاپولای مناسب $\hat{C}$ برای هر جفت‌بردار داده‌های تبدیل‌شده برازش می‌شود و پارامترهای تخمینی $\hat{\theta}$ با حداکثر کردن تابع درستنمایی برای کاپولاهای دومتغیره به دست می‌آیند.

مرحله ۴: از کاپولای تخمین زده‌شده، N بار برای تولید N تکرار شبیه‌سازی می‌شود. درنتیجه محاسبه خسارت‌های کل شبیه‌سازی‌شده $\hat{S}_j = \sum \lambda \hat{S}_{ij}$ از N پرتفوی وزنی CR را نتیجه می‌دهد.

داده‌ها

زمینه کاربرد ما به شرکت سهامی بیمه ایران در چند رشته بیمه مربوط می‌شود که به‌عنوان پیشرو در بازار بیمه ایران در نظر گرفته می‌شود. در این مقاله حساسیت کفایت سرمایه به وابستگی بین ریسک‌ها با استفاده از کاپولا برای شرکت بیمه سهامی ایران موردبررسی قرار می‌گیرد. در این راستا مجموعه داده‌هایی برای چهار کالیبراسیون کاپولا شامل خسارت‌های ماهانه (بدون بازیافت) حاصل

از پنج رشته بیمه غیرعمر شامل بیمه‌های مهندسی(EN)، مسئولیت(LA)، شخص ثالث (TP)، بدنه اتومبیل(AUT) و بیمه آتش‌سوزی(FI) بکار برده شده است. داده‌ها شامل شدت خسارت‌های وارده در هر رشته است. و طی دوره ماهانه ۱۳۹۰:۰۱-۱۴۰۲:۱۲ گردآوری‌شده است.

آمار توصیفی برای رشته‌های بیمه‌ای ذکرشده در جدول ۱ گزارش‌شده است. توجه داریم که چهار متغیر تا حدودی پراکنده هستند. علاوه بر این، ما نتایج آماره چولگی نشان می‌دهد که داده‌ها متقارن نیستند. این یافته توسط یک ضریب عدم تقارن مثبت بیشتر

از صفر برای همه متغیرها به‌ویژه برای بیمه‌های مهندسی و آتش‌سوزی پشتیبانی می‌شود که عدم تقارن توزیع و چوله بودن به راست را تأیید می‌کند. مقادیر ضرایب کشیدگی برای همه متغیرهای موردمطالعه نشان می‌دهد که توزیع خسارت در تمامی رشته‌ها نوک‌تیز و فراتر از نرمال بوده است و دوباره در این میان بیمه‌های مهندسی و آتش‌سوزی قابل‌توجه است.

نتایج آماری نشان می‌دهد که سری‌ها به‌طور نرمال توزیع نشده‌اند که استفاده از توابع کاپولا را توجیه می‌کند. در اینجا، ویژگی مانایی هر مجموعه داده بررسی‌شده است و برای این منظور دو آزمون ویتکوفسکی و همکاران(KPSS) (۱۹۹۲) و فیلیپس و پرون(PP) (۱۹۸۸) برای بررسی مانایی داده‌ها بکار برده شده است. با توجه به نتایج آزمون ویتکوفسکی و همکاران تمامی سری‌های داده در سطح معنی‌داری ۵٪ مانا هستند.همچنین نتایج آزمون فیلیپس و پرون نشان می‌دهد که داده‌های خسارات بیمه‌ای در تمام رشته‌ها به‌استثنای بدنه اتومبیل در سطح معنی‌داری ۵٪ مانا هستند.

جدول(۱): آماره‌های توصیفی

	FI	AUT	LA	EN	TP
میانگین	۲۰۹۸۴۷/۳	۱۰۰۲۸۳۹	۳۸۷۲۷۶/۷	۴۹۴۷۴	۷۰۱۳۹۲۶
میانه	۱۳۰۷۰۶/۶	۴۳۰۵۶۶/۵	۲۵۶۱۳۳/۷	۲۲۰۵۱/۱	۴۶۸۹۲۹۵
حداکثر	۱۹۸۳۲۴۰	۵۲۸۳۵۴۱	۲۴۰۸۰۶۵	۱۰۹۳۲۷۶	۴۲۷۴۸۵۲۳
حداقل	۱۶۱۲۱/۶	۱۴۴۷۶۷/۸	۵۴۹۵۶	۶۵۶/۶	۶۱۳۸۰۷/۹
انحراف معیار	۲۴۳۹۵۳	۱۱۴۶۰۹۲	۳۴۸۰۱۴/۱	۱۱۰۲۸۵	۶۷۳۴۷۷۴
چولگی	۳/۹۱	۱/۹۸	۲/۶۹	۷/۱۰	۲/۱۶
کشیدگی	۲۴/۸۸	۶/۱۷	۱۳/۲۷	۶۴/۵۹	۹/۲۳
جارگ برا	۲۸۷۸/۷	۱۳۷/۳	۷۱۷	۲۱۳۱۰/۱	۳۰۶/۸
احتمال جارگ برا	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰	۰۰۰۰
آماره فیلیپس پرون	-۸/۹۷	۲/۸۹	-۸/۱۴	-۱۱/۳۶	-۵/۱۶
ارزش احتمال در سطح ۵٪	(۰۰۰)	(۱/۰۰۰)	(۰۰۰)	(۰۰۰)	(۰۰۰)
آماره KPSS	۱/۱۴۵	۰/۹۹۶	۱/۲۶۵	۰/۵۵۲	۱/۱۷
مقدار بحرانی در سطح ۵٪	۰/۴۶۳	۰/۴۶۳	۰/۴۶۳	۰/۴۶۳	۰/۴۶۳

- مآخذ: محاسبات تحقیق

ماتریس همبستگی یک ورودی اساسی برای کالیبراسیون کاپولاست. جدول ۲ ماتریس همبستگی خطی را برای مجموعه داده‌های بکار گرفته‌شده توصیف می‌کند. ضرایب همبستگی نشان می‌دهد که خسارات انواع بیمه اتومبیل ثالث و بدنه و همچنین بیمه‌های مسئولیت و بدنه اتومبیل و مسئولیت و شخص ثالث دارای ضریب همبستگی خطی بالایی هستند. اما بیمه‌های مهندسی همبستگی ضعیفی با سایر انواع بیمه‌ها دارند. علاوه بر این، ضریب همبستگی رتبه کندال که اغلب به‌عنوان تاو کندال شناخته می‌شود نیز در جدول ۲ در قالب ماتریس همبستگی تاو کندال ارائه‌شده است. به نظر می‌رسد همبستگی رتبه‌ای برای جفت ریسک بیمه‌های ثالث

و بدنه اتومبیل و مسئولیت و شخص ثالث قابل‌توجه است.

جدول(۲): ماتریس همبستگی خطی و کندال تجربی

ماتریس کندال تجربی						ماتریس همبستگی خطی					
	EN	LA	TP	AUT	FI		EN	LA	TP	AUT	FI
EN	۱	-۰/۰۱	-۰/۰۸	-۰/۰۳	۰/۰۷	EN	۱	۰/۱۵	۰/۱۵	۰/۰۸	۰/۱۱
LA	-۰/۰۱	۱	۰/۲۵	۰/۱۳	-۰/۰۵	LA	۰/۱۵	۱	۰/۹۷	۰/۷۷	۰/۴۷
TP	-۰/۰۸	۰/۲۵	۱	۰/۳۵	-۰/۱۹	TP	۰/۱۵	۰/۹۷	۱	۰/۸۸	۰/۴۸
AUT	-۰/۰۳	۰/۱۳	۰/۳۶	۱	-۰/۰۶	AUT	۰/۰۸	۰/۷۷	۰/۸۸	۱	۰/۴۴
FI	۰/۰۷	-۰/۰۵	-۰/۱۹	-۰/۰۶	۱	FI	۰/۱۱	۰/۴۷	۰/۴۹	۰/۴۴	۱

- مآخذ: محاسبات تحقیق

برازش توزیع‌های حاشیه‌ای

توزیع خسارات در درجه اول به رفتار دنباله توزیع‌های نظری هرکدام از شاخه‌های بیمه‌ای بستگی دارد. در میان چالش‌های اصلی در مدل‌سازی ریسک بیمه، موضوع وجود زیان‌های بسیار ناهمگن، کمبود داده‌ها، سری‌های زمانی کوتاه با دنباله‌های بزرگ و الزام برای برآورد چندک‌ها در سطوح اطمینان بسیار بالا قابل‌توجه است. در عمل، عمده مطالعات، توزیع نرمال لگاریتمی را به‌عنوان بهترین توزیع بکار برده‌اند. اگرچه، ازنظر تئوری، همه توزیع‌های پیوسته با دامنه مثبت می‌توانند برای مدل‌سازی توزیع خسارات بکار روند. Klugman (et al.(۲۰۱۲)).

در این بخش، فرآیند انتخاب توزیع‌ها و برآورد پارامترهای آن‌ها شرح داده می‌شود و سپس مسائل ناشی از این فرآیند را موردبحث قرار می‌دهیم. در این راستا، چهار توزیع رایج را که به‌طور گسترده در مطالعات بیمه‌ای پیشنهادشده‌اند بر مجموعه داده‌های خسارات پنج رشته بیمه‌ای آزمون می‌کنیم. ابتدا، توزیعی را که معمولاً در عمل مورداستفاده قرار می‌گیرد، یعنی توزیع نرمال لگاریتمی را آزمون می‌کنیم. درواقع، این توزیع با این فرضیه که با شدت خسارات تعدیل می‌شود در چندین مطالعه بکار برده شده است. سپس، توزیع گاما را که سنگین‌ترین دنباله را دارد و به دنبال آن توزیع وایبول را که دنباله نازکی دارد آزمون می‌کنیم. درنهایت، توزیع لجستیکی را معرفی می‌کنیم که به توزیع نرمال نزدیک است. این چهار توزیع دارای ضخامت‌های متفاوتی در دنباله‌های خود هستند و با دو پارامتر کاملاً مشخص می‌شوند. در اینجا از روش حداکثر درستنمایی(MLE) برای تخمین پارامترها استفاده‌شده است.

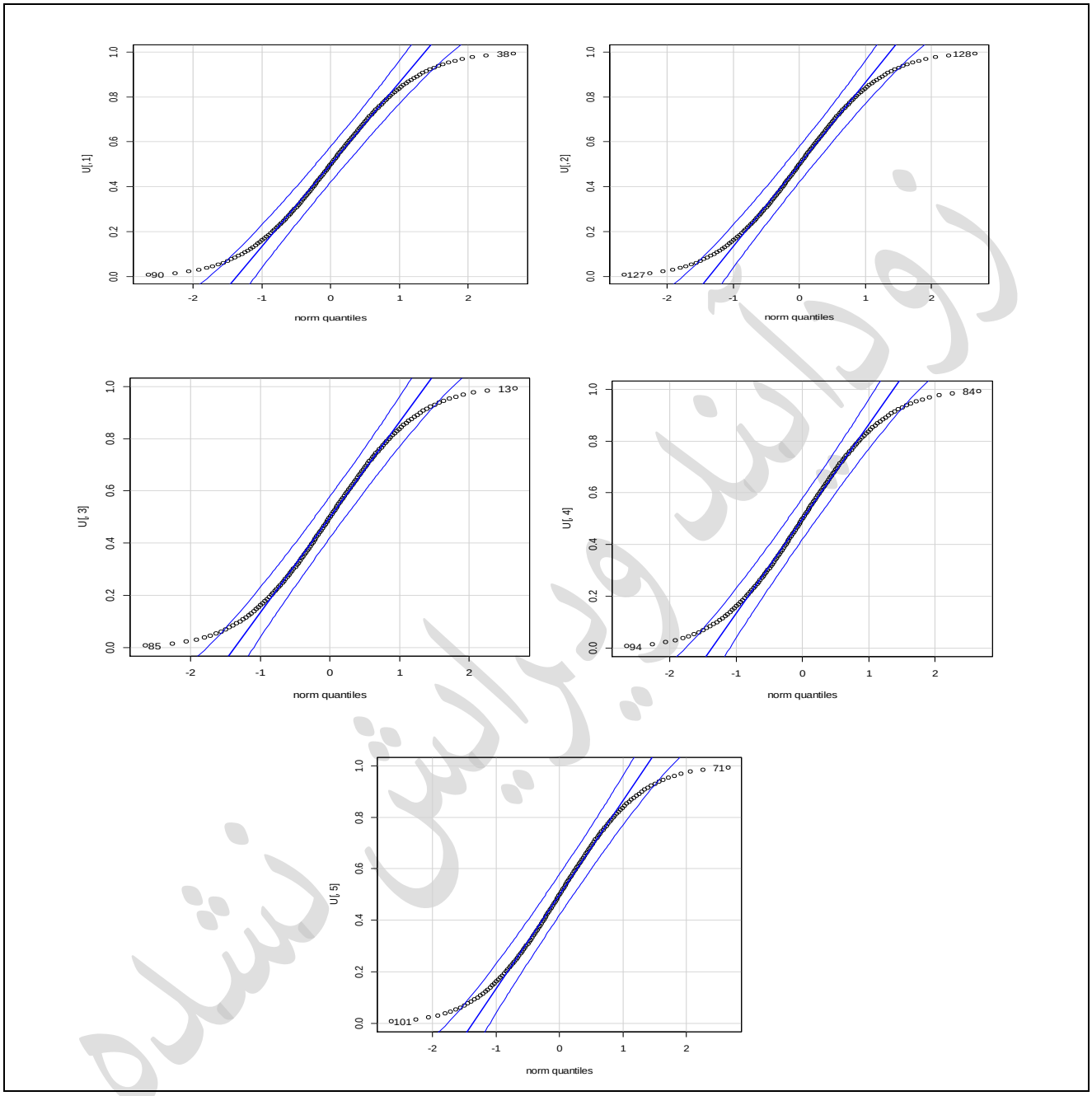
نتایج تخمین پارامترهای توزیع‌های نظری در جدول ۳ نشان داده‌شده است. اکنون، سؤال این است که چگونه بهترین توزیع را انتخاب کنیم که بهترین برازش را بر مجموعه داده‌های موجود ارائه کند؟. در ادبیات آماری از چندین تست گرافیکی استفاده می‌شود. در این مطالعه نمودار احتمال QQ برای هر متغیر بکار برده شده است. همان‌طور که در نمودار۱ نشان داده‌شده است پنج متغیر دم های ضخیم‌تری را در انتهای توزیع‌های برازش شده خود نشان می‌دهند. در این مرحله از مطالعه، آزمون‌های خوبی برازش کولموگروف-اسمیرنوف و اندرسون دارلینگ ارائه‌شده است. این آزمون‌ها رابطه بین توزیع تجربی و توزیع پارامتری برآورد شده را ارزیابی می‌کنند. نتایج این آزمون نیز در جدول ۳ نشان داده‌شده است. با توجه به نتایج ارزش احتمال ، مناسب‌ترین توزیع برای هر رشته بیمه‌ای انتخاب‌شده است. نتایج نشان می‌دهد که توزیع لگ نرمال مناسب‌ترین توزیع برای شاخه‌های مهندسی، مسئولیت و آتش‌سوزی است بااین‌حال، توزیع لجستیک برازش بهتری را شاخه بدنه اتومبیل فراهم می‌کند. همچنین، توزیع ویبول برای برازش شاخه ثالث مناسب به نظر می‌رسد. در این مرحله، شبیه‌سازی را با استفاده از مقادیر پارامترهای برآورد شده در جدول ۳ اجرا می‌شود، به‌طوری‌که ۱۰۰۰ متغیر تصادفی پنج بعدی را که از توزیع‌های حاشیه‌ای اولیه استخراج‌شده‌اند، حاصل شود.

جدول(۳): کالیبراسیون توزیع حاشیه‌ای ، برآورد پارامترهای آن و آماره‌های KS و AD

	توزیع	Parm۱	Parm۲	KS	AD
مهندسی	Log-normal	Meanlog= ۸/۴۲	Sdlog= ۰/۲۱۲	۰/۰۴۳	۰/۳۱۶
مسئولیت	Log-normal	Meanlog= ۵/۳۵	Sdlog= ۰/۳۹۸	۰/۰۲۸	۰/۴۷۹
ثالث	Weibull	Shape= ۱/۷۳	Scale= ۶۵۷۲۲۱	۰/۰۷۲	۰/۳۹۵
بدنه	Logistique	Location= ۱۰۱۳۷۴۱/۷	Scale= ۹۸۳۴۲	۰/۱۱۵	۰/۳۲۷

آتش‌سوزی	Log-normal	Meanlog= ۹/۱۷	Sdlog= ۰/۱۸۲	۰/۰۹۱	۰/۳۵۱

مآخذ: محاسبات تحقیق



نمودار (۱): نمودار QQ برازش تک متغیره از توزیع داده‌های خسارت هر شاخه بیمه‌ای

در ادامه ساختار وابستگی بین متغیرها با استفاده از کاپولای چند متغیره بررسی‌شده است. برای این منظور از بسته های نرم افزاری مرتبط با کاپولاها در نرم افزار R مانند VineCopula و Copula استفاده شده است. به‌منظور تشخیص عملکرد D-vine بهینه، ۲/(d-۱)d جفت کاپولای دومتغیره باید انتخاب شوند، یعنی ده ترکیب ایده‌آل از کاپولای دومتغیره. انتخاب کاپولای های دومتغیره‌ای که استفاده می‌شود در تفسیر نتایج بسیار مهم است. در این راستا، پارامترهای کاپولای دومتغیره برآورد می‌شوند تا کاپولای D-Vine بهینه به دست آید. در وهله اول، جفت‌های دومتغیره کاپولا برای قرار دادن در سطح ۱ درخت شناسایی می‌شود. یک قاعده برای انتخاب بهترین جایگشت برای D-vine های آن است که وابسته‌ترین جفت‌ها در درخت اول به هم متصل شوند. در مقاله حاضر، با پیروی از Berchmann(۲۰۱۳)

Schepsmeier and ساختار درخت گونه D-vine کالیبره شده است و مقادیر حداکثر درستنمایی جفت‌های کاپولا به‌عنوان معیار درختان بکار برده شده است.

به‌منظور سهولت ، رشته‌های بیمه‌ای مسئولیت، مهندسی، بدنه اتومبیل، شخص ثالث و آتش‌سوزی را از ۱ تا ۵ نام‌گذاری می‌کنیم. درنتیجه، بهترین جایگشت مناسب را برای اولین سطح D-vine مورد تجزیه‌وتحلیل به‌صورت (۵، ۴، ۳، ۲، ۱) = (FI ,TP، AUT، EN، LA) انتخاب می‌کنیم. سپس مرحله دوم شامل تعیین فرم پارامتری هر جفت کاپولای در مدل فرضی است. اولین نتیجه از طرح درخت انگور ، ادغام خانواده‌های کاپولای دومتغیره مختلف را نشان می‌دهد، که انعطاف کاپولای D-Vine را توجیه می‌کند. سطح اول درخت شامل چهار کاپولای دومتغیره متفاوت است که با توجه به درجه ساختار وابستگی، خسارت‌ها را به هم متصل می‌کند. بر این اساس D-Vine نهایی ترکیبی است از : کاپولای گاوسی (۲ بار)، کاپولای فرانک (۵ بار) و کاپولای کلایتون (۳ بار) . مرحله نهایی، برآورد پارامترهای کاپولای دومتغیره، D-vine فرض شده را شامل می‌شود که یک گام اساسی است. پارامترهای درخت مشخصات D- Vine را می‌توان به‌صورت متوالی بر اساس الگوریتم Aas et al., ۲۰۰۹ تخمین زد. جدول ۴ تخمین جفت کاپولاهای انتخاب‌شده برای ترکیب کاپولای D-vine به‌دست‌آمده را نشان می‌دهد. بر این اساس، نتایج تجربی نشان می‌دهد که شش کاپولای دومتغیره که دارای پارامترهای منفی هستند سه کاپولای فرانک و یک کاپولای

گاوسی ویک کاپولای کلایتون را شامل می‌شوند. چهار کاپولای دیگر، یعنی فرانک و کلایتون، دارای مقادیر پارامتر مثبت هستند. درنتیجه، در سطح ۱ درخت، ما چهار کاپولای متفاوت با دنباله‌های متنوع می‌یابیم: کاپولای فرانک (۰/۰۱۶-، ۰/۵۳) ، کاپولای کلایتون (۰/۳۸) و کاپولای گاوسی (۰/۰۸۹-). سطح درخت دوم، دو کاپولای فرانک (۰/۰۴۷، ۰/۲۸۱-) و یک کاپولای کلایتون (۰/۱۱۱-) را جذب می‌کند.کاپولای فرانک (۰/۰۲۱-) و گاوسی(۰/۰۶۸-) در سطح ۳ است و درنهایت، سطح۴ کاپولای کلایتون(۰/۰۹۸) را شامل می‌شود.

همان‌طور که جدول ۴ نشان می‌دهد، لگاریتم درستنمایی D-vine برابر با ۲۷۴۹/۵ است. چگالی مربوط به کاپولاها در شکل ۳ نشان داده‌شده است.

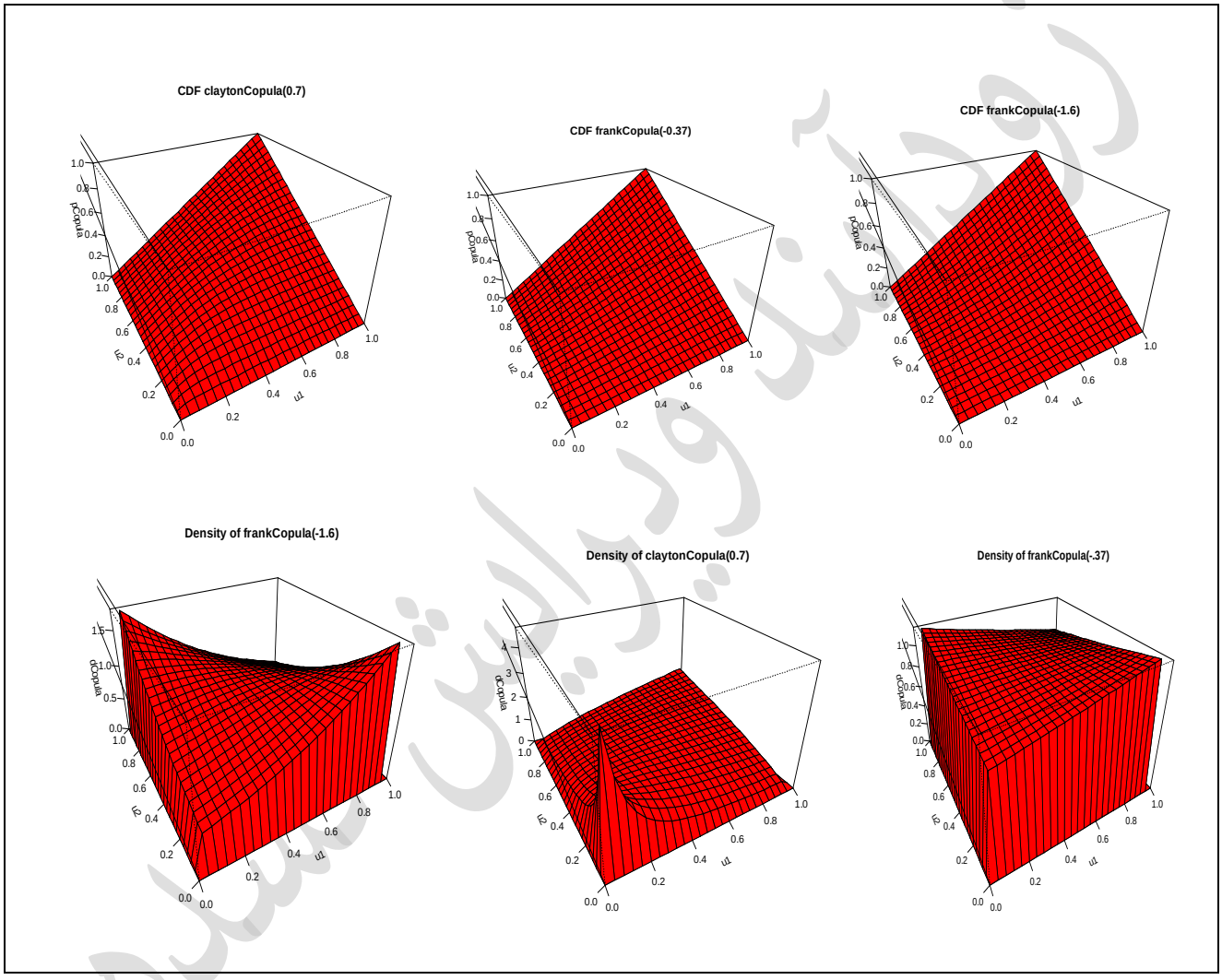
برای به دست آوردن دقت ساختار کاپولای D-vine برای پیش‌بینی ریسک، معیار آماره اطلاعاتی آکائیک(AIC) در مدل برازش شده انتخاب می‌شود و برای به دست آوردن یک D-Vine بهینه، کوچک‌ترین مقادیر آماره (AIC) بین جفت‌های کاپولای انتخابی در نظر گرفته می‌شود. همچنین، برای آزمون خوبی برازش مدل‌ها، آماره (Breymann(۲۰۰۳ بکار گرفته‌شده است. Aas et al., ۲۰۰۹ با به کار بردن آن‌ها در بلوک‌های دومتغیره، فرآیندهای خوبی برازش را برای کاپولاهای D-Vine در نظر می‌گیرند. جدول ۴ مقادیر معیارهای AIC را نشان می‌دهد. مشخصات پارامتریک D-Vine برازش شده در شکل ۴ گزارش‌شده است. درخت به‌دست‌آمده درخت بهینه‌ای است که بهترین خوبی برازش را در بین تمام کاپولاهای آزمایش‌شده ارائه می‌دهد. کاپولای D-Vine ترکیبی از کاپولاهای بیضوی و ارشمیدسی را در خود جای‌داده است که بر ویژگی انعطاف‌پذیری، حتی برای داده‌های فرکانس پایین تأکید می‌کند. در چنین حالتی، یک شبیه‌سازی مونت‌کارلو انجام می‌شود تا نمونه‌هایی را برای هر توزیع خسارات از کاپولای D-Vine در بخش قبل تولید شود. با استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی برای D-vine در Aas et al., ۲۰۰۹ نمونه‌های پنج بعدی با توجه به توزیع‌های حاشیه اولیه متفاوت استخراج‌شده‌اند.

جدول(۳): برآورد پارامترها در تجزیه زوجی یک کاپولای پنج بعدی

AIC زوج کاپولا	کاپولا	پارامتر	
	درخت ۱		
۰/۸۲	فرانک	۰/۰۱۶-	Cop۱۲
۱/۴۳-	کلایتون	۰/۳۸۷	Cop۲۳
۱/۰۹-	فرانک	۰/۵۲۹	Cop۳۴
۰/۷۲	گاوسی	۰/۰۸۹۵-	Cop۴۵
	درخت ۲		
۰/۹۲-	کلایتون	۰/۱۱۰۷-	Cop۲۴/۱
۱/۱۲	فرانک	۰/۰۴۷۱	Cop۱۳/۴
۰/۸۷	فرانک	۰/۲۸۱۴-	Cop۴۵/۳

	درخت ۳		
Cop۲۳/۱۴	-۰/۰۲۱۳	فرانک	-۱/۷۴
Cop۱۵/۳۴	-۰/۰۶۸۳	گاوسی	-۴/۳۲
	درخت ۴		
Cop۲۵/۱۳۴	۰/۰۹۷۶	کلایتون	-۳/۷۶
AIC			
لگاریتم درستنمایی	۲۷۴۹/۵	D-Vine	-۸/۴۲
آزمون خوبی برازش	۱/۳۱۰		
Breymann(۲۰۰۳))	(۰/۲۲۹)		

مآخذ: محاسبات تحقیق



نمودار(۲): چگالی جفت کاپولاهای برآورد شده

حساسیت سرمایه ریسک به ساختار وابستگی

با استفاده از روشی که در بخش قبل ذکر شد، داده‌های تصادفی از کاپولای برازش شده، شبیه‌سازی می‌شود. به‌این‌ترتیب، ۱۰۰۰۰ نمونه از کاپولای D-vine برازش شده به مجموعه داده‌های پنج بعدی استخراج می‌شود. با مراجعه به مدل تجمیع ریسک که در بخش روش‌شناسی توضیح داده شد متغیرهای خسارت شبیه‌سازی‌شده با استفاده از وزن‌های به‌دست‌آمده از حق بیمه حاصل‌شده ، تجمیع می‌شوند تا توزیعی از زیان کل تحت کاپولای چند متغیره ایجاد شود. هدف از این تجمیع، بررسی داده‌های زیان یک بیمه‌گر است به‌طوری‌که سرمایه موردنیاز (CR) با استفاده از معیارهای ریسک بر

اساس توزیع یک متغیر تصادفی که نشان‌دهنده کل زیان است، کالیبره شود. بنابراین، پیش‌بینی‌های پرتفوی VaR و TVaR با توجه به وزن‌های نسبی هر ریسک بر اساس سطح مشخصی از احتمال نتیجه‌گیری می‌شود. جدول ۵ مقادیر CR را بر اساس برآورد VaR و TVaR که به‌وسیله کاپولای D-Vine در چند سطح اطمینان ارائه‌شده است نشان می‌دهد.

توجه شود که CR_{VaR} کمتر از آن چیزی است که در مورد CR_{TVaR} به‌دست‌آمده است. به‌عنوان نمونه، برای ۵٪ موارد، مقدار کل سرمایه موردنیاز با استفاده از VaR تحت کاپولای D-Vine به ۲۷۷۸۶۵۴۰ میلیون ریال رسید. بااین‌حال، برای احتمال ۱٪، این مقدار به ۳۵۹۰۸۷۵۹ میلیون ریال می‌رسد. درحالی‌که الزامات سرمایه بر اساس $TVaR$ بین ۲۹۲۵۰۵۸۴ و۳۷۱۰۲۶۹۵ برای بازه احتمال (۹۹ - ۹۵)٪ متغیر است. نتایج نشان می‌دهد که نحوه مدل‌سازی وابستگی تأثیر قابل‌توجهی بر میزان سرمایه ریسک‌پذیر دارد. بااین‌حال، میزان تأثیر آن بسته به معیار ریسک مورداستفاده و با توجه به کاپولای انتخابی متفاوت است.

جدول(۴): مقایسه الزامات سرمایه‌بر اساس کاپولای D-vine و شبیه‌سازی مونت‌کارلو

ساختار وابستگی		٪۹۵	٪۹۷	٪۹۸	٪۹۹
$DVine$	CR_{VaR}^{Dvine}	۲۷۷۸۶۵۴۰	۳۱۲۰۶۴۲۲	۳۳۷۷۱۳۳۳	۳۵۹۰۸۷۵۹
	CR_{TVaR}^{Dvine}	۳۰۳۵۱۴۵۱	۳۲۴۸۸۸۷۷	۳۶۷۶۳۷۳۰	۳۸۹۰۱۱۵۶
مستقل	CR_{VaR}^{MC}	۲۹۲۵۰۵۸۴	۳۳۴۷۴۷۴۲	۳۴۲۵۶۹۸۵	۳۷۱۰۲۶۹۵
	CR_{TVaR}^{MC}	۳۱۵۸۹۴۲۵	۳۴۷۸۲۰۱۲	۳۶۸۹۷۵۶۹	۳۹۲۰۲۵۱۱
DB^{VaR}		٪۱/۸	٪۲/۷۳	٪۴/۹۵	٪۵/۲۱
DB^{TVaR}		٪۱/۳	٪۲/۰۸	٪۲/۹۵	٪۳/۴۹

- داده‌ها به میلیون ریال است.
- مآخذ: محاسبات تحقیق

در جدول(۴) یک رویکرد جایگزین ارزیابی الزام سرمایه‌بر اساس شبیه‌سازی مونت‌کارلو(MC)، که وابستگی‌های ضمنی غیرخطی بین ریسک‌ها را نادیده می‌گیرد، نیز پیشنهادشده است. به‌طور خاص، نسبت‌های زیان شبیه‌سازی‌شده برای هر شاخه بیمه‌ای با استفاده از وزن‌ها بر اساس حق بیمه به‌دست‌آمده، جمع‌آوری می‌شوند تا توزیع زیان کل را تحت فرض یکنواختی تولید کنند. از طریق این روش، تغییر میزان وجوه موردنیاز برای همان سطوح اطمینان را با فرض استقلال و عدم وابستگی بین رشته‌های بیمه‌ای بررسی می‌شود. همان‌طور که از این جدول مشاهده می‌شود، یافته‌ها بینش‌هایی را در مورد اثرات عملی در مدل‌سازی وابستگی ارائه می‌دهند. بااین‌حال، مورد استقلال رشته‌های بیمه‌ای ، که توزیع چند متغیره را طبق روش مونت‌کارلو ارائه می‌کند، منجر به VaR بالاتری می‌شود. این اثر حتی برای TVaR بارزتر است. درواقع، در مورد استقلال رشته‌های بیمه‌ای ، VaR و TVaR بالاتر از مورد وابستگی D-Vine است. این نتیجه مورد انتظار است زیرا یک کاپولای D-Vine اغلب با توجه به وابستگی دنباله توزیع انتخاب می‌شود. چنین نتیجه‌ای نشان‌دهنده این واقعیت است که سرمایه موردنیاز برای پوشش ریسک‌های پنج شاخه غیرعمری، محاسبه‌شده با شبیه‌سازی کاپولای D-Vine ، کمتر از CR برآورد شده توسط روش دیگر است.

این امر تأکید می‌کند که منافع ناشی از تنوع‌بخشی به پرتفوی بیمه‌ای شرکت‌ها تا حد زیادی توسط سطح کلی وابستگی که با استفاده از کاپولا مدل‌سازی شده است استخراج می‌شود. به‌عبارت‌دیگر این منافع توسط مقدار وابستگی دنباله که کاپولا برای زیان‌های بین شاخه‌های بیمه‌ای اجازه می‌دهد ایجاد می‌شود. هرچه وابستگی دنباله بیشتری توسط یک کاپولا مجاز باشد، اگر زیان‌ها تحت آن کاپولا تجمیع شوند، الزام سرمایه بالاتر است. درنتیجه، نتایج حاصل از مطالعه تجربی را می‌توان به شرح زیر خلاصه کرد. به نظر می‌رسد انتخاب مدل‌سازی وابستگی ریسک‌های بیمه‌های غیرعمر از اهمیت زیادی برخوردار هستند و نادیده گرفتن حاشیه‌های توزیع آن‌ها و وابستگی‌های غیرخطی در ساختار انواع شاخه‌های بیمه می‌تواند نقش مهمی در الزام میزان سرمایه ریسک‌پذیر در پرتفوی شرکت‌های بیمه داشته باشد. این یافته‌ها با نتایج برخی از مطالعات مربوط به انتخاب پرتفوی بیمه‌ای مانند Tang and Valdez(۲۰۰۹) و Diers et al.(۲۰۱۲) مطابقت دارد. همچنین نتیجه این تحقیق در خصوص الزام توجه به سطح وابستگی منتج از مدل سازی کاپولا در رشته های بیمه ای و دلالت های آن در تنوع بخشی به پرتفوی شرکت های بیمه در مطالعه Ghosh et al.(۲۰۲۲) نیز مورد توجه قرار گرفته است.

نتیجه‌گیری

در این مقاله، حساسیت برآورد سرمایه ریسک‌پذیر به ساختار وابستگی بین خسارت‌های پنج رشته بیمه غیرعمر(مسئولیت، مهندسی، بدنه اتومبیل، شخص ثالث و آتش‌سوزی) در شرکت بیمه ایران بررسی‌شده است. بر این اساس، تجزیه‌وتحلیل تجربی در دو مرحله انجام‌شده است. در مرحله اول، وابستگی مدل‌سازی بین زیان‌ها

با استفاده از کاپولاهای چند متغیره بررسی‌شده و برای داده‌های زیان کاپولای D-vine که از کاپولاهای بیضوی و ارشمیدسی تشکیل‌شده، اعمال‌شده است. انتخاب کاپولای بهینه و خوبی برازش مدل بر اساس معیار AIC و بر اساس آماره Breymann(۲۰۰۳) صورت گرفته است. در مرحله دوم، این مطالعه بر تأثیر ساختار وابستگی واقعی ریسک‌ها بر کل سرمایه موردنیاز پرتفوی پنج بعدی با استفاده از معیارهای VaR و TVaR به طریق شبیه‌سازی متمرکزشده است. برای دستیابی به نتایج قابل تفسیر ، علاوه بر انتخاب ساختار وابستگی کاپولای D-vine بین رشته‌های بیمه‌ای، یک رویکرد استاندارد مبتنی بر پیش‌بینی سرمایه ریسک با فرض استقلال ریسک‌های مستخرج از داده‌های شبیه‌سازی نیز در نظر گرفته‌شده است. نتایج نشان می‌دهد که توجه به وابستگی ضمنی بین زیان‌ها به میزان قابل‌توجهی بر کل سرمایه ریسک‌پذیر تأثیر می‌گذارد. این نتیجه توسط مقادیر الزام سرمایه برآورد شده تأیید می‌شود. درواقع توجه به وابستگی ضمنی بین رشته‌های بیمه‌ای منجر به کاهش سرمایه ۵/۱٪ درصدی برای VaR و ۳/۹٪ درصدی برای TVaR می‌شود. بنابراین، انتخاب مدل‌سازی وابستگی ریسک‌های بیمه‌های غیرعمر از اهمیت زیادی برخوردار هستند و نادیده گرفتن حاشیه‌های توزیع آن‌ها و وابستگی‌های غیرخطی در ساختار انواع شاخه‌های بیمه می‌تواند نقش مهمی در الزام میزان سرمایه ریسک‌پذیر در پرتفوی شرکت‌های بیمه داشته باشد. از طرف دیگر، توجه به وابستگی‌های غیرخطی در ساختار انواع شاخه‌های بیمه‌ای می‌تواند مزایای تنوع‌بخشی به پرتفوی بیمه‌ای شرکت‌ها را آشکار کند و اندازه‌گیری میزان منافع حاصل از تنوع‌بخشی بر اساس انتخاب درست مدل‌های وابستگی ریسک‌های بیمه‌های غیرعمر حاصل می‌شود و این موضوعی است که لازم است در انتخاب پرتفوی شرکت‌های بیمه موردتوجه قرار گیرد.

منابع

Aas, K., Czado, C., Frigessi, A., Bakken, H.,(۲۰۰۹). Pair-copula constructions of multiple dependence. Insurance: Mathematics and Economics. ٤٤, ١٨٢-١٩٨ **(١٧ Pages).**

Arbenz, P., Hummel, C., Mainik, G., ٢٠١٢. Copula based hierarchical risk ag-gregation through sample reordering. Insurance: Mathematics and Economics. ٥١, ١٢٢-١٣٣**(١٤ Pages).**

Brechmann, E., Czado, C., Paterlini, S.,(٢٠١٤). Flexible dependence modeling of operational risk losses and its impact on total capital requirements. Journal of Banking & Finance. ٤٠, ٢٧١-٢٨٥ **(١٥ Pages).**

Brechmann, E.C., Schepsmeier, U.,(٢٠١٣). Modeling dependence with C- and D-vine copulas: The R-package CDVine. R vignette of the R-package CD Vine. Journal of Statistical Software. ٥٢ (٣), ١-٢٧**(٢٨ Pages).**

Diers, D., Eling, M., Marek, S.D.,(٢٠١٢). Dependence modeling in non-life insurance using the Bernstein copula. Insurance: Mathematics and Economics.٥٠, ٤٣٠-٤٣٦**(٧ Pages).**

Dimakos, X and Aas, K., ٢٠٠٤. Integrated risk modelling. Statistical Modelling. ٤ (٤), ٢٦٥-٢٧٧**(١٣ Pages).**

Eling, M., Toplek, D.,(٢٠٠٩).Modeling and Management of Nonlinear Depen-dencies Copulas in Dynamic Financial Analysis. Journal of Risk and Insurance. ٧٦ (٣). ٦٥١-٦٨١**(١٧ Pages).**

Frees, E.W., Valdez, E.A.,(١٩٩٦). Understanding relationship using copulas. North American Actuarial Journal. ٢ (١), ١-٢٥. **(١٧ Pages).**

Liang, C., Zhu, X., Li, Y., Sun, X., J., Chen, Li, J.,(٢٠١٣). Integrating Credit and Market Risk: A Factor Copula Based Method. Procedia Computer Science. ١٧, ٦٥٦-٦٦٣**(١٧ Pages).**

Genest, C., Rmillard, B., Beaudoin, D., (٢٠٠٩). Goodness-of-_t tests for copulas: A review and a power study. Insurance: Mathematics and Economics. ٤٤, ١٩٩-٢١٣**(١٧ Pages).**

Ghosh, Indranil & Chakraborty, Subrata & Watts, Dalton. (٢٠٢٢). Modeling Bivariate Dependency in Insurance Data via Copula: A Brief Study. Journal of Risk and Financial Management. ١٥. ١٠,٣٣٩٠/jrfm١٥٠٨٠٣٢٩**(١٧ Pages).**

Heyrani, Mehrdad & keshavarz haddad, Gholamreza.(٢٠١٥). Estimation of Value at Risk in the Presence of Dependence Structure in Financial Returns: A Copula Based Approach. International Journal of Economic Research. ٤٩. ٨٦٩-٩٠٢. ١٠,٢٢٠٥٩/jte.٢٠١٤,٥٣١٩١**(١٧ Pages).** [In Persian]

Klugman, S.A., Panjer, H.H., Wilmot, G.E.,(٢٠١٢). Loss Models: From Data to Decisions, fourth ed. John Wiley **(٧٨٤ Pages).**

Liang, C., Zhu, X., Li, Y., Sun, X., J., Chen, Li, J., (٢٠١٣). Integrating Credit and Market Risk: A Factor Copula Based Method. Procedia Computer Science.١٧, ٦٥٦-٦٦٣**(٧ Pages).**

McNeil, A.J., Frey, R., Embrechts, P.(٢٠٠٥). Quantitative Risk Management,Princeton University Press, Princeton.Tang, A., Valdez, E.A., ٢٠٠٩. Economic Capital and the Aggregation of Risks Using Copulas. working paper.٤٢-٥٣**(١٢ Pages).**

Mejdoub, Hanène and Ben Arab, Mounira.(٢٠١٨). Impact of dependence modeling of non-life insurance risks on capital requirement: D-Vine Copula approach,Research in International Business and Finance,Volume ٤٥,Pages ٢٠٨-٢١٨**(١٩Pages).**

Mirbargkar, S. M., & Sohrabi, M. (٢٠٢٠). Dependency structure between the markets of Iran, Turkey, China and the United Arab Emirates, according the approach of Copula–Markov Switching. ٧٨-٩٠**(١٣ Pages).** [In Persian]

Rosenberg, JV., Schuermann T., (٢٠٠٦). A general approach to integrated risk management with skewed, fat-tailed risks. Journal of Financial Economics. ٧٩, ٥٦٩-٦١٤**(٤٥ Pages).**

Schmeiser, H., Siegel, C., Wagner, J.,(٢٠١٢). The risk of model misspecification and its impact on solvency measurement in the insurance sector. The Journal of Risk Finance. ١٣ (٤), ٢٨٥-٣٠٨**(٢٤ Pages).**

Tang, A., Valdez, E.A., (٢٠٠٩). Economic Capital and the Aggregation of Risks Using Copulas. working paper.١٠٤-١٢١**(١٨ Pages).**

Zhao, X. and Zhou, X., ٢٠١٠. Applying copula models to individual claim loss reserving methods. Insurance: Mathematics and Economics. ٤٦(٢), ٢٩٠-٢٩٩(١٠ Pages).