Iran. J. Insur. Res., 11(4): 321-338, Autumn 2022, Serial #42

Iranian Journal of Insurance Research
(IJIR)

Homepage: https://ijir.irc.ac.ir/?lang=en

Insurance Research Center (IRC)

ORIGINAL RESEARCH PAPER

Identifying customers' risk in auto insurance and calculating distorted insurance premiums

S. Sepahvand[1,*], S. Ramandi[2], R. Mahmoudvand[3]

[1] *Sarmad Insurance Company, Tehran, Iran*

[2] *Day Insurance Company, Tehran, Iran*

[3] *Department of Statistics, Faculty of Mathematical Sciences, Bou-Ali Sina University, Hamadan, Iran*

ARTICLE INFO

Article History:
Received 03 November 2021
Revised 25 January 2022
Accepted 27 March 2022

Keywords:
Auto Insurance
Distorted Premium
Heavy Tailed Distribution
Log-lindley Distribution
Risk

*Corresponding Author:
Email: *saman_sepahvand@yahoo.com*
Phone: +9821 43963
ORCID: 0000-0002-3513-3909

DOI: 10.22056/ijir.2022.04.05

ABSTRACT

BACKGROUND AND OBJECTIVES: Determining the fair insurance premium and proportional to the amount of risk requires full disclosure of the facts about the risk that is insured. Most of the time, it is difficult to access such complete information, in such a situation, the use of past information, including the claimed damages, can be used as a suitable measure to identify the level of risk. In this research, by using the past years' losses, customers are divided into two categories of low-risk and high-risk insurers, and then via applying of Lindley's log distortion function, an appropriate insurance premium is introduced, which is called a distorted insurance premium.

METHODS: In this research, in addition to statistical simulation, real damage data is used for calculations. First, by using R software, four types of distribution: Bohr, Weibull, Gamma and Pareto were simulated with approximately 10,000 data from each, and then the results of the theorems were evaluated. Then, with the help of about 35,000 observations related to losses claimed by an insurance company, the results were evaluated and analyzed in the form of a case study.

FINDINGS: According to the claimed modeling, Burr heavy tail distribution is accepted as the final distribution. With the help of the Hill estimator and the value at risk of the 90th percentile of this distribution, the amount of the damage threshold is estimated as 19,800,000 Rials. Therefore, 10% of the insurance policyholders cause a loss of more than 19,800,000 Rials to the company every year and increase the loss factor and the basic insurance premium of all people. The classification of low-risk and high-risk people and the use of log Lindley distortion function allows, in addition to observing the principles of optimality (positive homogeneity, non-extremity, collective uniformity and non-negative overhead), the calculated insurance premium for each class is proportional to be a risk.

CONCLUSION: If low-risk and high-risk customers are not separated, the amount of insurance premium for all members of society is the same and equal to 17,012,700 Rials. This amount will be a large amount for people with low risk or people without damage, so after classifying customers and recalculating the insurance premium for low risk and high risk people, it will be calculated as 5,610,700 and 54,295,700 Rials respectively. The big difference between the insurance premiums of the two classes shows the big difference in the amount of risk. Therefore, in the end, the importance of classifying the society of insurance policyholders is an essential issue. There is no limit in using this method and when the distribution of damages is heavy, using this method can be very useful and efficient.

نشریه علمی پژوهشنامه بیمه دوره ۱۱، شماره ۴، پاییز ۱۴۰۱، ص ۳۲۱-۳۳۸

نشریه علمی پژوهشنامه بیمه

سایت نشریه: https://ijir.irc.ac.ir/?lang=fa

مقاله علمی

شناسایی ریسک مشتریان در بیمه بدنه خودرو و محاسبه حق‌بیمه تحریف‌یافته

سامان سپهوند[1,*]، سجاد رامندی[2]، رحیم محمودوند[3]

[1] *شرکت بیمه سرمد، تهران، ایران*

[2] *شرکت بیمه دی، تهران، ایران*

[3] *گروه آمار، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران*

اطلاعات مقاله

تاریخ های مقاله:

تاریخ دریافت: ۱۲ آبان ۱۴۰۰

تاریخ داوری: ۰۵ بهمن ۱۴۰۰

تاریخ پذیرش: ۰۷ فروردین ۱۴۰۱

کلمات کلیدی:

بیمه بدنه

توزیع لگ‌لیندلی

توزیع های دم سنگین

حق‌بیمه‌تحریف‌یافته

ریسک

[*]نویسنده مسئول:

ایمیل: *saman_sepahvand@yahoo.com*

تلفن: ۴۳۹۶۳ ۲۱ ۹۸+

ORCID: 0000-0002-3513-3909

DOI: 10.22056/ijir.2022.04.05

چکیده:

پیشینه و اهداف: تعیین حق‌بیمه عادلانه و متناسب با میزان ریسک، نیازمند افشای کامل حقایق در خصوص ریسکی است که بیمه می-شود. اکثر اوقات دسترسی به چنین اطلاعات کاملی دشوار است، در چنین شرایطی استفاده از اطلاعات گذشته از جمله خسارت‌های ادعا شده می‌تواند به عنوان معیار مناسب شناسایی میزان ریسک مورد استفاده قرار گیرد. در این مطالعه به کمک خسارت‌های سنوات گذشته، مشتریان در دو طبقه بیمه‌گذاران کم ریسک و پرریسک قرار می‌گیرند، سپس به کمک تابع تحریف لگ لیندلی حق‌بیمه مناسبی معرفی می‌شود که به آن حق‌بیمه تحریف‌یافته می‌گویند.

روش‌شناسی: در این پژوهش برای انجام محاسبات علاوه بر شبیه سازی آماری از داده‌های واقعی خسارت استفاده می‌شود. ابتدا به کمک نرم‌افزار R از ۴ توزیع بور، وایبول، گاما و پارتو هر کدام به تعداد ۱۰,۰۰۰ داده شبیه‌سازی و نتیجه قضایا بررسی می‌شود، سپس به کمک حدوداً ۳۵,۰۰۰ مشاهده مربوط به خسارت‌های ادعا شده به یک شرکت بیمه کلیه نتایج به صورت مطالعه موردی، مورد ارزیابی و تحلیل قرار می‌گیرد.

یافته‌ها: با توجه به مدل‌سازی خسارت‌های ادعا شده، توزیع دم سنگین بور به عنوان توزیع نهایی پذیرفته می‌شود. به کمک براوردگر هیل و ارزش در معرض ریسک صدک ۹۰ام این توزیع، مقدار حد آستانه خسارت‌ها برابر ۱۹,۸۰۰,۰۰۰ریال براورد می‌شود، از این‌رو، ۱۰ درصد جامعه بیمه‌گذاران سالانه خسارتی بیشتر از ۱۹,۸۰۰,۰۰۰ را به شرکت وارد می‌نمایند و موجب افزایش ضریب خسارت و حق‌بیمه پایه کلیه افراد می‌شوند. طبقه بندی افراد کم ریسک و پرریسک و استفاده از تابع تحریف لگ لیندلی باعث می‌شود تا علاوه بر رعایت اصول بهینگی (همگنی مثبت، عدم اجحاف، هم یکنوایی جمعی و سربار نامنفی)، حق‌بیمه محاسبه شده برای هر طبقه متناسب با ریسک باشد.

نتیجه‌گیری: در صورت عدم تفکیک مشتریان کم ریسک و پرریسک مبلغ حق‌بیمه برای کلیه افراد جامعه یکسان و برابر ۱۷,۰۱۲,۷۰۰ریال است، این مبلغ برای افراد کم ریسک و بدون خسارت مبلغ زیادی است، پس از طبقه بندی مشتریان و محاسبه مجدد حق‌بیمه برای افراد کم ریسک و پرریسک به ترتیب برابر ۵,۶۱۰,۷۰۰ و ۵۴,۲۹۵,۷۰۰ ریال محاسبه می‌شود. تفاوت زیاد میان حق‌بیمه دو طبقه نشان از تفاوت زیاد میزان ریسک و در نهایت ضرورت و اهمیت طبقه بندی جامعه بیمه گذاران را به دنبال دارد. در استفاده از این روش محدودیتی وجود ندارد و هنگامی‌که توزیع خسارت‌ها دم‌سنگین است استفاده از این روش می تواند مفید واقع شود.

توجه: مدت زمان بحث و انتقاد برای این مقاله تا ۱ ژوئیه ۲۰۲۳ در وب سایت IJIR در «نمایش مقاله» باز می‌باشد

مقدمه

با توجه به آیین نامه شماره ۸۱ بیمه مرکزی ج.ا.ا (مقررات تعیین حق‌بیمه) ماده شماره ۵ هر یک از مؤسسات بیمه موظفند تعرفه حق‌بیمه رشته‌های بیمه ای خود را به نحوی تعیین نمایند که در هر سال ضریب خسارت در یک محدوده معین قرار بگیرد. به عنوان مثال ضریب خسارت در رشته درمان می‌بایست بیشتر از ۵۰ ٪ و کمتر از ۸۵ ٪ و در سایر رشته‌ها مانند بیمه بدنه خودرو بیشتر از ۴۰ ٪ و کمتر از ۷۵ ٪ باشد. از آنجایی که مقدار ضریب خسارت رشته بدنه خودرو در اکثر شرکت های بیمه در ایران مقداری بیش از ۷۵ ٪ است، از این‌رو، این محصول برای شرکت های بیمه چندان رشته ی سودآوری محسوب نمی شود و به سمت زیان‌دهی در حرکت است. در کشورهای پیشرفته نرخ حق‌بیمه بدنه خودرو با توجه به متغیرهای جمعیت شناختی، مشخصات خودرو و سابقه خسارت بیمه شده محاسبه می شود و جالب اینکه در ایران تا اواخر سال ۱۳۸۸ و اجرای آزادسازی نرخ ها حق‌بیمه بدنه خودرو با توجه به تعرفه بیمه مرکزی تعیین می شد. بنابراین از نظر پرداخت حق‌بیمه تفاوت چندانی میان مشتریان پر ریسک و کم ریسک وجود نداشت، این امر سبب می شد تا مشتریان کم ریسک تر، خسار ت های مالی مشتریان پر ریسک را جبران نمایند (Hanafizadeh and Rastkhiz Paydar, 2011).

استفاده بیمه مرکزی از ابزار تعرفه برای نظارت بر شرکت های بیمه با فضای پیش‌روی صنعت بیمه کشور که آزادسازی و مقررات زدایی دو مؤلفه ی اصلی آن به شمار می رود سازگاری نداشت. اکنون با توجه به اصلاح نظام تعرفه و آزادسازی تدریجی نرخ ها (آیین‌نامه ۹۴ مورخه ۱۳۹۶/۰۸/۰۳ مطابق با اصل ۴۴ شورای عالی بیمه و بیمه مرکزی ج.ا.ا) مسئولیت نظارت و تعیین نرخ رشته های مختلف بیمه ای به خود شرکت ها واگذار شده است، این فرایند موجب رقابتی شدن بازار صنعت بیمه و رشد شرکت ها می شود. بنابراین شرکت ها می بایست به ابزارهای تحلیل ریسک قدرتمندی دسترسی داشته باشند تا بتوانند خسارت دریافتی را به خوبی مدیریت نمایند و با استفاده از آن عملکرد و بهره‌وری خود را بهبود بخشند (Manteghipour and Aalaei, 2021).

از طرفی مشتریان شرکت های بیمه (خصوصاً افراد کم ریسک) به دنبال نرخ عادلانه و متناسب با ریسک خود هستند. میزان خسارت وارده توسط هر مشتری می تواند به عنوان شاخصی مناسب برای محاسبه حق‌بیمه منصفانه مورد استفاده قرار گیرد (Burlacu, 2012). در مورد بیمه بدنه خودرو برای شناخت میزان ریسک مشتریان و تعیین حق‌بیمه بر مبنای آن تا کنون مطالعات فراوانی صورت گرفته و عواملی نظیر: تاریخ صدور گواهینامه رانندگی، نوع گواهینامه، خسارت های ادعا شده، سن و جنسیت بیمه شده و ویژگی های خودرو مورد مطالعه قرارگرفته است (Haji Heydari *et al.,* 2011; Amin *et al.*, 2014)، هرکدام از این عوامل می تواند در شناسایی میزان ریسک افراد مفید و مؤثر واقع شود. تعدد عوامل مؤثر بر میزان ریسک افراد و پیچیدگی برخی از این عوامل و از همه مهم تر عدم ابراز بسیاری از نکات (منفی) توسط مشتریان هنگام تکمیل فرم پیشنهاد موجب می شود تا شناسایی میزان واقعی ریسک برای بیمه گر ناشناخته باقی بماند. در چنین شرایطی سابقه و میزان خسارت وارده توسط افراد می تواند به عنوان یکی از بهترین مؤلفه های شناخت ریسک مورد مطالعه قرار گیرد.

با این مقدمه اهداف این مقاله را در دو گام مطرح می کنیم، در گام اول به کمک مدل سازی توزیع خسارت ها و مقایسه خسارت های ادعا شده هر فرد با معیارهای مناسب شناسایی ریسک مانند: مقدار حد آستانه و ارزش در معرض ریسک مشتریان به دو طبقه پرریسک و کم ریسک تقسیم می شوند. در گام دوم با استفاده از تابع توزیع لگ لیندلی حق‌بیمه ای متناسب با ریسک تحت عنوان حق‌بیمه تحریف‌یافته معرفی می شود (Pichler, 2015; Wang, 1996). حق‌بیمه برآورد شده به این روش دارای خواص اصول اولیه بهینگی یعنی: همگنی مثبت، عدم اجحاف، هم یکنوایی جمعی و سربار نامنفی است، برای آشنایی بیشتر این خواص به Dickson, (2016) مراجعه نمایید.

مروری بر پیشینه پژوهش

به موجب ماده ۱۶ قانون بیمه مصوب سال ۱۳۱۶ هرگاه بیمه گذار در نتیجه عمل خود، خطری را که به سبب آن بیمه منعقد شده به عمد تشدید کند، بیمه گر می تواند حق‌بیمه اضافه دریافت و یا قرارداد را فسخ و خسارت ایجاد شده را از طریق محاکم مطالبه نماید. مهم ترین عامل تعیین حق‌بیمه در انواع پوشش های بیمه ای، توجه به مؤلفه های ریسک مربوط به آن پوشش است. به طور کلی دو روش جهت محاسبه نرخ حق‌بیمه بدنه خودرو وجود دارد، در ادامه هر یک از دو روش به صورت خلاصه بیان می شود. *روش نرخ‌گذاری پیشین*: در این روش برای محاسبه نرخ از متغیرهایی مانند: نوع خودرو، سال ساخت خودرو، تعداد سیلندر، ارزش خودرو و مشخصات بیمه‌گذار نرخ حق‌بیمه تعیین می شود (David, 2015). با توجه به مطالعه انجام شده توسط Izadparast *et al.* (2012) متغیرهای مؤثر بر میزان ریسک افراد در جدول ۱ ارائه می شود.

بنابراین متغیرهای اثرگذار بر میزان ریسک افراد را می توان به دو گروه جمعیت شناختی و ویژگی های خودرو تقسیم نمود (Spilbergs *et al.,* 2022). در قوانین و مقررات دولتی و

جدول ۱: متغیرهای اثرگذار بر میزان ریسک مشتریان (Izadparast *et al.*, 2012)

متغیرهای جمعیت شناختی	ویژگی های خودرو
سن بیمه شده	نوع استفاده از خودرو
تاریخ صدور گواهی نامه	سال ساخت خودرو
شغل بیمه شده	تعداد سال های عدم خسارت
وضعیت تاهل بیمه شده	نوع خودرو
محل زندگی بیمه شده	ظرفیت خودرو
نوع بیمه نامه (انفرادی/ گروهی)	تعداد سیلندر خودرو
سطح تحصیلات بیمه شده	کد شهر پلاک خودرو
نوع پلاک (شخصی/ دولتی)	تیپ خودرو
محل صدور شناسنامه بیمه شده	مالکیت خودرو

آئین نامه های مصوب بیمه مرکزی ج.ا.ا (آیین‌نامه های شماره ۷۲، ۸۱، و ۹۴) برای ارزیابی ریسک و محاسبه حق بیمه، عوامل مختلفی در نظر گرفته می شود، اما آنچه که در بین همه این عوامل بر آن تاکید بیشتری می شود نوع وسیله نقلیه و کاربری آن است، در حالی که صرف نظر از وسیله نقلیه متغیرهای مهم تری در تعیین حق بیمه و شناسایی میزان ریسک افراد وجود دارد، روش نرخ‌گذاری پسین که در ادامه می‌آید به برخی از مصادیق این متغیر ها می پردازد.

روش نرخ‌گذاری پسین: از آنجایی که بسیاری از متغیرهای جمعیت شناختی (مانند: میزان مهارت رانندگی ، شرایط جوی، مسافرت و تردد در مکان های جدید و عدم شناخت کافی راننده از جاده، شرایط روانی راننده و ...) قابل مشاهده و ارزیابی نیستند، محاسبه نرخ حق‌بیمه به روش نرخ‌گذاری پیشین نمی‌تواند چندان دقیق باشد (Gómez-Déniz and Calderín-Ojeda, 2021). برای رفع این مشکل علاوه بر متغیرهای نام برده دو متغیر دیگر یعنی تعداد و مبلغ خسارت های ادعا شده نیز مورد توجه قرار می گیرد. سیستم پاداش- جزا یکی از روش های نرخ‌گذاری پسین محسوب می شود (Kafková ,2015; Szymańska, 2008; Denuit *et al.*, 2007) .

با توجه به تعدد متغیرهای مؤثر بر میزان ریسک و غیر قابل اندازه‌گیری بودن بسیاری از آن ها، مبلغ خسارت ادعا شده فرد طی سال های گذشته می تواند برای شناسایی میزان ریسک افراد به کار رود. در این مطالعه برای تحلیل میزان ریسک مشتریان، توجه خود را به خسارت ادعا شده از جانب آن ها معطوف می کنیم.

تابع توزیع لگ لیندلی و تحریف توزیع خسارت ها

توزیع لیندلی برای اولین بار توسط (Zakerzadeh &Mahmoudi 2012) معرفی شد و به دلیل برخی خواص از جمله انعطاف‌پذیری بسیار زیاد مورد توجه محققین قرار گرفت، توزیع لگ لیندلی برگرفته از توزیع لیندلی است (Jodrá and Jiménez-Gamero, 2016) (Gómez-Déniz *et al.*, 2014) وجود فرم بسته تابع توزیع و کلیه گشتاورهای مربوطه از مزیت‌های این توزیع به شمار می رود.

تعریف ۱: (Gómez-Déniz *et al.*, 2014) فرض کنید $X \sim Log.Lindley(\sigma , \lambda)$ در این صورت تابع چگالی، تابع توزیع، گشتاورها و آنتروپی شانون این متغیرتصادفی به صورت زیر تعریف می گردد.

$$f\left(x\middle|\sigma,\lambda\right)=\frac{\sigma^{2}}{1+\lambda\sigma}\left(\lambda-logx\right)x^{\sigma-1} \quad ; \quad 0<x<1 ,\ \lambda\geq 0 ,\ \sigma>0 . \qquad (1)$$

$$F\left(x\middle|\sigma,\lambda\right)=\frac{x^{\sigma}\left[1+\sigma\left(\lambda-logx\right)\right]}{1+\lambda\sigma} \quad ; \quad \lambda\geq 0, \sigma>0, 0<x<1 . \qquad (2)$$

$$E\left(X^{k}\middle|\lambda,\sigma\right)=\left(\frac{\sigma^{2}}{1+\lambda\sigma}\right)\left(\frac{1+\lambda(\sigma+k)}{(\sigma+k)^{2}}\right) \quad ; \quad k=\ldots,-1,0,1,\ldots \qquad (3)$$

$$H\left(X\right)=\frac{1}{\sigma(1+\lambda\sigma)}\{\sigma(1-\lambda(1-\sigma))+\sigma\ e^{\lambda\sigma}\ Ei(-\lambda\sigma)-\sigma(1+\lambda\sigma)\ \log\frac{\lambda\sigma^{2}}{1+\lambda\sigma}-2\} \qquad (4)$$

که در آن $Ei(z)$ عبارت است از $Ei(z)=-\int_{z}^{\infty}\frac{e^{w}}{w}dw$.

در شکل ۱ چگالی لگ لیندلی به ازای مقادیر مختلف پارامترهای σ و λ رسم شده است.

دامنه تعریف این توزیع بازه (0, 1) است و وابسته به مقدار پارامترها به شکل های متفاوتی ظاهر می شود، از این جهت لگ لیندلی یکی از توزیع های منعطف به شمار می رود. همانطورکه در شکل ۱ می بینید مقادیر بزرگ پارامتر λ موجب سنگین‌تر شدن دم این توزیع می‌شود و این به معنی افزایش مقدار امید ریاضی این توزیع است. در ادامه برخی از خواص این توزیع تحت شرایط خاص پارامترها بررسی می شود (Gómez Déniz *et al.*, 2014).

- اگر $\lambda \geq 0$ و $1 \geq \sigma > 0$، آنگاه تابع چگالی(۱)، U شکل است.
- اگر $\lambda \geq 0$ و $\{1 < \sigma < 1(1-\lambda(\sigma))\}$،آنگاه مد تابع چگالی (۱) برابر $x_{Mod}=exp\left\{\lambda-\frac{1}{(\sigma-1)}\right\}$ است.

۰ اگر $\lambda \geq 0$ و $\sigma < ۱$ ، آنگاه تابع چگالی (۱) در دامنه‌ی (۰ ,۱) تابعی افزایشی است.

تعریف۲: (Shaked and Shanthikumar, 2007) فرض کنید که X_1 و X_2 متغیرهای تصادفی های مرتب با تابع های چگالی f_1 و f_2 باشند. گوییم X_1 نسبت به X_2 دارای نسبت درست نمایی مرتب کوچک‌تر است و آن را به‌صورت $X_1 \leq_{LR} X_2$ نشان می دهیم هرگاه تابع $\frac{f_1(x)}{f_2(x)}$ روی اجتماع تکیه گاه این دو متغیر تابعی غیر نزولی باشد.

تعریف۳: (Shaked and Shanthikumar, 2007) فرض کنید X_1 و X_2 دو متغیر تصادفی با تابع های توزیع F_1 و F_2 باشند. گوییم X_1 به صورت تصادفی کوچک‌تر از X_2 است و آن را به‌صورت $X_1 \leq_{ST} X_2$ نشان می دهیم هرگاه رابطه ی $F_1(x) \geq_{LR} F_2(x)$ به ازای تمام مقادیر x برقرار باشد.

تعریف۴: (Klugman *et al.*, 2019) فرض کنید که X یک متغیر تصادفی با تابع های چگالی و توزیع f و F باشد، تابع مخاطره متغیر تصادفی X را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\varphi(x)dx = P(x < X < x + dx | X > x) = \frac{f(x)dx}{1 - F(x)} \quad (۵)$$

تعریف5: (Shaked and Shanthikumar, 2007) فرض کنید X_1 و X_2 دو متغیر تصادفی با تابع های مخاطره φ_1 و φ_2 باشند. گوییم X_1 دارای نرخ مخاطره ی مرتب کوچک‌تر از X_2 است و آن را به‌صورت $X_1 \leq_{HR} X_2$ نشان می دهیم هرگاه رابطه ی $\varphi_1(x) \leq \varphi_2(x)$ به ازای تمام مقادیر x برقرار باشد.

قضیه۱: ترتیب تصادفی‌های مطرح شده در تعریف های ۲، ۳ و ۴ به‌صورت زیر یکدیگر را نتیجه می‌دهند:

$$X_1 \leq_{LR} X_2 \quad \Rightarrow \quad X_1 \leq_{HR} X_2 \quad \Rightarrow \quad X_1 \leq_{ST} X_2 \quad (۶)$$

برهان: به Shaked and Shanthikumar (2007) مراجعه شود.

قضیه۲: رابطه ی $X_1 \leq_{ST} X_2$ برقرار است اگر و فقط اگر به ازای هر تابع غیر نزولی ϕ رابطه $E\{\phi(X_2)\} \leq E\{\phi(X_1)\}$ برقرار باشد.

برهان: به Shaked and Shanthikumar (2007) مراجعه شود.

لم ۱: فرض کنید X_1 و X_2 نشان‌دهنده دو متغیر تصادفی با توزیع های لگ لیندلی باشند. تابع چگالی و تابع نرخ مخاطره این دو متغیر تصادفی را به ترتیب به صورت $f_1(x|\lambda_1,\sigma_1)$، $f_2(x|\lambda_2,\sigma_2)$ و $\varphi_2(x)$، $\varphi_2(x)$ نشان می دهیم. در این صورت اگر $\sigma_1 \leq \sigma_2$ و $\lambda_1 \leq \lambda_2$ آنگاه

$$\begin{aligned} &\varphi_1(x) \leq \varphi_2(x) \qquad , \quad \forall x \in (0,1) \\ &E(X_1^k) \leq E(X_2^k) \qquad , \quad \forall k > 0 \end{aligned} \quad (۷)$$

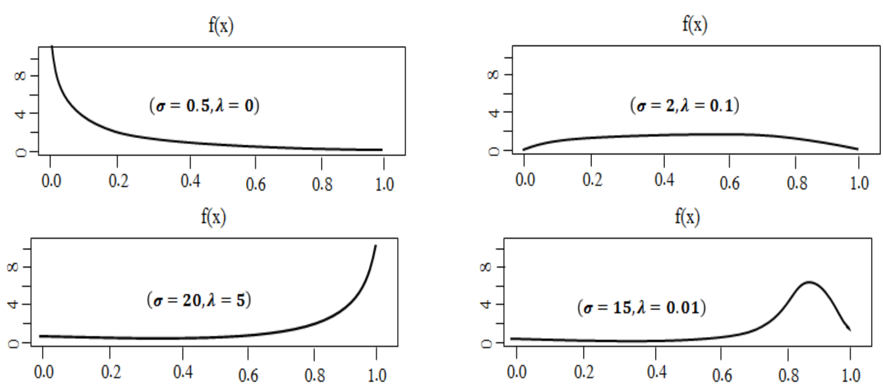
برهان: این نتیجه مهم و کاربردی، به سادگی از طریق دو قضیه ۱ و ۲ قابل دستیابی است، برای اطلاع بیشتر به Gómez Déniz *et al.* (2014) مراجعه شود.

تعریف ۶: (Wang and Young, 1996) فرض کنید که X *نشان دهنده یک ریسک تصادفی با تابع توزیعی به شکل* $G(x)$ *و تابع* $h(x)$ *تابعی افزایشی و مقعر با خاصیت* $h{:}[0.1]\rightarrow[0.1]$ باشد در این صورت حق‌بیمه تحریف‌یافته به صورت

$$H(x) = \int_0^\infty h(1 - G(x))dx$$

تعریف می شود، تابع h را تابع تحریف و حق‌بیمه $H(x)$ را حق‌بیمه تحریف‌یافته می نامند.

در حقیقت تابع تحریف h یک تابع پیوسته و غیر نزولی به صورت $h{:}[0.1]\rightarrow[0.1]$ است که همواره دو شرط $h(0)=0$ و $h(1)=1$ در آن صدق می کند. در ادامه حق‌بیمه مد نظر خود را با الگوبرداری از حق‌بیمه تحریف‌یافته تشریح می کنیم.



شکل ۱: نمودار تابع چگالی متغیر لگ لیندلی به ازای مقادیر مختلف پارامترها (ترسیم شده به کمک نرم‌افزار R)

شرکت بیمه‌ای که در معرض ریسک تصادفی X قرار دارد، مبلغ $\pi(X)$ را به‌عنوان حق‌بیمه از مشتریان اخذ. تاکنون روش های بسیار متنوعی جهت محاسبه حق‌بیمه مطرح شده، که هرکدام دارای نقاط ضعف و قوت مختص به خود است (Denuit *et al*., 2005; Dickson, 2016).

حق‌بیمه ساده (*simple*) به‌صورت $\pi_s(X)=E(X)$ تعریف می‌شود، مبلغ $\pi_s(X)$ عموماً مبنای محاسبه حق‌بیمه قرار می گیرد و کارشناسان برای احتساب سربار و هزینه‌های جانبی شرکت، مقادیری به این حق‌بیمه اضافه می کنند. یک راه برای افزودن هزینه ها به حق‌بیمه، تحریف توزیع ریسک تصادفی X به وسیله‌ی تابع h است. اگر توزیع اولیه X را با G نشان دهیم، آنگاه تحریف توزیع G به‌وسیله ی تابع h به‌صورت $h(G(x))$ نشان داده می شود. این تحریف، تابع توزیع جدید H را ایجاد می‌نماید به‌طوری‌که $H(x)=h(G(x))$. تابع توزیع جدید H را به متغیر تصادفی Z نسبت می‌دهیم، در صورتی که تابع تحریف h محدب باشد (مانند توزیع لگ لیندلی تحت شرایط خاص پارامترها) آنگاه $E(X)\leq E(Z)$ خواهد بود. در حقیقت حق‌بیمه مورد مطالعه در این مقاله به‌صورت امید ریاضی متغیر تصادفی Z تعریف می شود و به آن حق‌بیمه تحریف‌یافته می گویند. برای اطلاع بیشتر از این نوع از حق‌بیمه و خواص آن به (Armero and Bayarri, 1994; Dickson, 2016; Wang, 1996) مراجعه شود. حق‌بیمه تحریف‌یافته دارای خواص بهینگی اصول حق‌بیمه است (همگنی مثبت، عدم اجحاف، هم یکنوایی جمعی و سربار نامنفی). تحریف توزیع ریسک تصادفی X به وسیله ی تابع محدب h نتایج زیر را اطمینان می‌دهد.

$$\forall x\in(۰,۱):\ h(x)\leq x \Rightarrow h(G(x))\leq G(x) \Rightarrow X\underset{ST}{\leq} Z \Rightarrow E(X)\leq E(Z) \qquad (۸)$$

بنابراین حق‌بیمه تعریف شده به صورت $E(Z)$ دارای خاصیت سربار نامنفی است، این نتیجه از قضیه ۲ و خاصیت غیر نزولی بودن تابع توزیع حاصل می‌شود.

در ادامه بر روی یک تابع تحریف محدب خاص به‌صورت $h(t)=t^n,\ (n\geq 1)$ تمرکز می‌کنیم. این تابع تحریف، تابع توزیع $G(x)$را به تابعی به شکل $H(x)=[G(x)]^n$ تبدیل می‌نماید. به روشنی $H(x)$ تابع توزیع متغیر تصادفی $max\{X_1, X_2,\dots,X_n\}$ است، که در آن $X_1, X_2,\dots,X_n$ متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان $G(x)$ هستند. بنابراین حق‌بیمه تحریف‌یافته در این حالت به صورت $\pi_n(X)=E(max\{X_1, X_2,\dots,X_n\})$ تعریف می شود، اندیس n در $\pi_n(X)$ اشاره به یک آماره مرتب به حجم n دارد. حق‌بیمه معرفی شده به صورت $\pi_n(X)$ را حق‌بیمه توان دوگان می گویند برای اطلاع بیشتر از خواص این حق‌بیمه پیشنهاد می شود به Wang (1996) مراجعه شود. با توجه به $X\leq ST\ max\{X_1, X_2,\dots,X_n\}$ نتیجه

$$\pi_s(X)\leq \pi_n(X) \quad , \quad \forall n\geq ۱ \qquad (۹)$$

همواره برقرار است. در صورتی که حق‌بیمه اخذ شده توسط شرکت را به صورت $\pi(X)$ در نظر گیریم مبلغ $\pi(X)$ همواره بیشتر از $\pi_s(X)$ خواهد بود (خاصیت سربار نامنفی) از طرفی مبلغ $\pi(X)$ همواره کمتر از $\pi_n(X)$ است (خاصیت عدم اجحاف)، بنابراین مبلغ $\pi_s(X)$ و $\pi_n(X)$ به ترتیب کران پایین و کران بالای یک حق‌بیمه محسوب می شوند. حال فرض کنید به دنبال حق‌بیمه ای باشیم که علاوه بر داشتن خاصیت سربار نامنفی از حق‌بیمه توان دوگان کوچک‌تر باشد، برای دستیابی به چنین حق‌بیمه‌ای می توان از توزیع لگ لیندلی به‌عنوان تابع تحریف h استفاده نمود (Gómez Déniz et al., 2014). استفاده از تابع توزیع لگ لیندلی به‌عنوان تابع تحریف‌کننده، می‌تواند موجب ایجاد رابطه ای مفید بین حق‌بیمه تحریف‌یافته و حق‌بیمه های $\pi_s(X)$ و $\pi_n(X)$ شود.

قضیه۳: فرض کنید تابع H نشان‌دهنده تابع توزیع لگ لیندلی با پارامترهای λ و σ باشد. درصورتی‌که $\lambda(\sigma-1)\geq 1$ آنگاه H یک تابع محدب است.

برهان: به Gómez-Déniz and Calderín-Ojeda (2021) مراجعه شود.

نتیجه۲: (Gómez-Déniz *et al.*, 2014) فرض کنید متغیر تصادفی X نشان‌دهنده یک ریسک با تابع توزیع $G(x)$ باشد. همچنین Z را یک متغیر تصادفی با تابع توزیع H و به‌صورت زیر تعریف می کنیم (تابع توزیع لگ لیندلی):

$$H_{\sigma,\lambda}(x)=\frac{[G(x)]^{\sigma}\left[۱+\sigma(\lambda-log\,G(x))\right]}{۱+\lambda\sigma} \qquad (۱۰)$$

$$۰\leq G(x)\leq ۱ \quad , \quad x\in R^{+}$$

که در آن همواره شروط $\sigma\geq 1$ ، $\lambda\geq 0$ ، $\lambda(\sigma-1)\geq 1$ برقرار است. همچنین فرض کنید $\pi_s(X)$ و $\pi_n(X)$ به ترتیب نشان دهنده حق‌بیمه خالص و حق‌بیمه توان دوگان ریسک تصادفی X باشند، که به صورت زیر تعریف می‌شوند :

$$\pi_s(X)=E(X) \quad , \quad \pi_n(X)=E\left(max\{X_۱,X_۲,\dots,X_n\}\right). \qquad (۱۱)$$

آنگاه تابع $E(Z)=\pi_{\sigma،\lambda}(X)$ یک حق‌بیمه جدید ایجاد می‌کند به‌طوری‌که همواره رابطه زیر میان سه حق‌بیمه تعریف شده برقرار است:

$$\pi_s(X) \le \pi_{\sigma,\lambda}(X) \le \pi_n(X) \quad ; \quad n \ge \sigma \ , \ \lambda \ge 0 \qquad (۱۲)$$

بدیهی است که با در نظر گرفتن هزینه های سربار مبلغ حق‌بیمه می بایست مبلغی بیشتر از $\pi_s(X)$ فرض شود، در غیر این صورت ورشکستگی غیرقابل اجتناب است. از طرفی همواره خسارت های ادعا شده دارای مبلغی کمتر از $\pi_n(X)$ هستند، با این تفاسیر ما به دنبال مبلغی به عنوان حق‌بیمه هستیم که همواره در شرط $\pi_s(X) \le \pi(X) \le \pi_n(X)$ صدق نماید، مبلغ $\pi_{\sigma.\lambda}(X)$ همواره دارای شرط مذکور است.

شبیه سازی آماری و محاسبات عددی

در این بخش با در نظر گرفتن توزیع های دم سنگین وایبول، پارتو، بور و گاما (Klugman *et al.*, 2019) با تابع توزیع های تعریف شده به ترتیب به صورت

$$f(x;\alpha,\beta) = \frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-۱} e^{-\left(x/\beta\right)^{\alpha}} \quad ; x \ge ۰, \ \alpha > ۰, \ \beta > ۰ \qquad (۱۳)$$

$$f(x;\alpha,\theta) = \left(\frac{\alpha\theta^{\alpha}}{x^{\alpha+۱}}\right) \quad ; \ x \ge \theta, \ \ \alpha > ۰, \ \ \theta > ۰ \qquad (۱۴)$$

$$f(x;\kappa,\gamma) = \kappa\gamma \frac{x^{\kappa-۱}}{(۱+x^{\kappa})^{\gamma+۱}} \ ; \ \ x \ge ۰, \ \ \gamma > ۰, \ \ \kappa > ۰ \qquad (۱۵)$$

$$f(x;\alpha,\lambda) = \frac{\lambda^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-۱} e^{-\lambda x} \quad ; x \ge ۰, \ \ \alpha > ۰, \ \ \lambda > ۰ \qquad (۱۶)$$

به‌عنوان تابع توزیع خسارت های ادعاشده، حق‌بیمه های تحریف‌یافته (به کمک توزیع لگ لیندلی)، خالص و توان دوگان را محاسبه و به کمک آن نتیجه ۲ و قضایای مشروحه را به صورت عددی مورد بررسی قرار می دهیم.

همان‌طور که در جدول ۲ مشاهده می کنید، مبلغ حق‌بیمه تحریف‌یافته به کمک توزیع لگ لیندلی تحت شروط $\lambda(\sigma-1)\ge1$ ، $\lambda\ge0$، $\sigma\ge1$ و $n\ge\sigma$ همواره بین حق‌بیمه خالص و توان دوگان قرار می گیرد به طوری که $\pi_n(X)$ کران بالا و $\pi_s(X)$ کران پایین این حق‌بیمه است. افزایش هریک از پارامترهای λ و σ افزایش $\pi_{\sigma،\lambda}(X)$ را به دنبال دارد. تحت شرایط $\sigma = n$ و مقادیر بسیار بزرگ λ بیشترین مبلغ $\pi_{\sigma،\lambda}(X)$ یعنی $\pi_n(X)$ حاصل می شود، همچنین تحت شروط $\lambda(\sigma-1)=1 \ , \lambda\ge0 \ , \sigma\to1^{+}$ حق‌بیمه $\pi_{\sigma،\lambda}(X)$ کمترین مبلغ خود یعنی $\pi_s(X)$ را به خود می‌گیرد. به طور کلی حساسیت و میزان تغییرپذیری $\pi_{\sigma،\lambda}(X)$ نسبت به تغییر پارامتر λ بسیار بیشتر از σ است.

برای محاسبه مبلغ دقیق و مناسب $\pi_{\sigma،\lambda}(X)$ مقادیر پارامترهای λ و σ توزیع لگ لیندلی به روش ماکسیمم درستنمایی برآورد و در تابع (۹) قرار می گیرند (Le Cam, 1990). به عبارتی با توجه به نتیجه۲ می دانیم $\pi_{\sigma،\lambda}(X)$ برابر امید ریاضی توزیع زیر است:

$$H_{\sigma,\lambda}(x) = \frac{\left[G(x)\right]^{\sigma}\left[۱+\sigma\left(\lambda-\log G(x)\right)\right]}{۱+\lambda\sigma} \ , \qquad (۱۷)$$

$$۰ \le G(x) \le ۱ \ \ , \ x \in R^{+},$$

جدول ۲: محاسبه حق‌بیمه خالص، توان دوگان و تحریف‌یافته (به کمک نرم‌افزار R)

محاسبه ی حق‌بیمه های $\pi_s(X)$ $\pi_n(X)$، $\pi_{\sigma,\lambda}(X)$ ، به ازای توزیع های خسارت متفاوت									
توزیع	پارامترها	گاما		وایبول		پارتو		بور	
حق‌بیمه		$\alpha=۱$ $\lambda=5$	$\alpha=3$ $\lambda=2$	$\alpha=2$ $\beta=4$	$\alpha=5$ $\beta=3$	$\alpha=2$ $\theta=10$	$\alpha=4$ $\theta=5$	$\kappa=۳$ $\gamma=2$	$\kappa=2$ $\gamma=5$
$\pi_s(X)$		۰/۲۰	۱/۵۰	۳/۵۴	۲/۷۵	۲۰	۶/۶۶	۲/۳۵	۱/۷۱
$\pi_{\sigma,\lambda}(X)$	$\sigma=2, \lambda=۲$	۰/۲۶	۱/۸۳	۴/۲۹	۳/۰۲	۲۴/۳۲	۷/۳	۲/۹۶	۱/۹
	$\sigma=۳, \lambda=۱$	۰/۳۲	۲/۰۷	۴/۸۱	۳/۱۸	۲۸/۳۲	۷/۸۵	۳/۴۴	۲/۰۴
	$\sigma=۲, \lambda=۴$	۰/۲۸	۱/۸۹	۴/۴۲	۳/۰۶	۲۵/۳۶	۷/۴۴	۳/۰۸	۱/۹۴
$\pi_n(X)$	$n=10$	۰/۵۸	۳/۰۶	۶/۰۷	۳/۶۶	۵۶/۷۵	۱۰/۹۹	۵/۷۷	۲/۵۴
	$n=۵۰$	۰/۸۹	۴/۱۱	۸/۴	۴/۰۲	۱۲۵/۶۴	۱۶/۳۲	۹/۲۶	۳/۰۸
	$n=100$	۱/۰۳	۴/۵۵	۹/۰۴	۴/۱۵	۱۷۷/۴۶	۱۹/۳۲	۱۱/۱۹	۳/۳۳

که در آن $G(x)$ نشان دهنده توزیع خسارت های ادعا شده است. با قرار دادن مشاهدات خسارت در تابع درستنمایی(۱۶) و براورد پارامترهای λ و σ، حق‌بیمه تحریف‌یافته $\pi_{\sigma,\lambda}(X)$ را برآورد می کنیم.

شناسایی و تفکیک مشتریان کم ریسک و پرریسک از طریق خسارت های ادعا شده، نیازمند ارائه و بررسی مفاهیم کلیدی چون مشاهدات کرانگین، توزیع‌های دم‌سنگین، مقدار حد آستانه، براوردگر هیل و چند قضیه کاربردی دیگر است، در ادامه به ارائه این مفاهیم کلیدی می پردازیم.

توزیع های دم سنگین، مشاهدات کرانگین و مقدار حد آستانه

در حقیقت دم توزیع به قسمتی از توزیع گفته می‌شود که وابسته به مقادیر بسیار بزرگ متغیر تصادفی است. توزیع متغیر تصادفی که در آن پیشامد مقادیر بزرگ محتمل است، دم‌سنگین خواهد بود. در نظریه احتمال به توزیع‌های دم‌سنگین گفته می‌شود که دم آن‌ها دارای شکل تابع‌نمایی نباشد.

تعریف۵: (Klugman *et al.,* 2019) توزیع F_X را توزیعی دم‌سنگین گوییم هرگاه تابع مولد گشتاور آن به ازای هر $t > 0$ نامتناهی باشد و به عبارتی

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{tx} dF(x) = \infty \quad , \quad t > 0 . \qquad (۱۸)$$

مشاهدات کرانگین عموماً به دو روش زیر ایجاد می شوند:

تعریف۶: (Klugman *et al.,* 2019) روش ماکسیمم بلوک ها؛ در این رویکرد بزرگ‌ترین مشاهده‌ی موجود در هر دوره را به‌عنوان مقدار کرانگین آن دوره در نظر می گیریم، به مجموعه مقادیر کرانگین جمع‌آوری‌شده در چندین دوره، مشاهدات کرانگین حاصل‌شده به روش ماکسیمم بلوک ها می گوییم.

تعریف ۷: (Klugman *et al.,* 2019) روش قله های فراتر از آستانه؛ در این رویکرد با تعیین مقدار d به عنوان حد آستانه، به‌تمامی مشاهدات بزرگ‌تر از d، مشاهدات کرانگین حاصل‌شده به روش قله های فراتر از آستانه یا مشاهدات دمی می گوییم. مقدار حد آستانه‌ی d می بایست مقداری به‌اندازه کافی بزرگ و متعلق به دم (سمت راست) توزیع در نظر گرفته شود.

قضیه ۴: فرض کنید $X_1, X_2, \dots X_n\dots$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی هم توزیع باشند. توزیع آماره نهایی (بزرگترین مشاهده در نمونه) مشاهدات عبارت است از

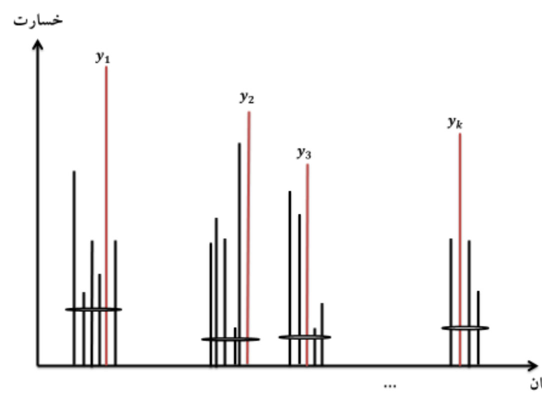
$$lim_{n\to\infty} F_{X_{(n)}}(x) = lim_{n\to\infty}\left[F_X(x)\right]^n \to 0 \qquad (۱۹)$$

بنابراین، توزیع مشاهدات کرانگین (به روش ماکسیمم بلوک ها) به ازای حجم نمونه بسیار بزرگ به صفر میل نموده و تباهیده می‌شود، در این صورت اگر به ازای ثابت‌های $d_n \in R$ و $c_n > 0$ تابع توزیع حدی G_γ به‌صورت زیر موجود باشد:

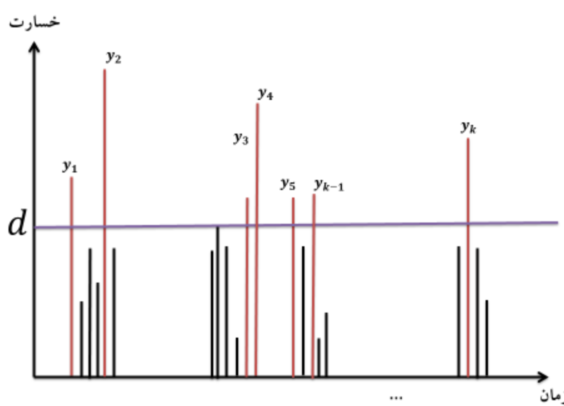
$$lim_{n\to\infty} F_{X_{(n)}}\left(\frac{x-d_n}{c_n}\right) = lim_{n\to\infty}\left[F_X\left(\frac{x-d_n}{c_n}\right)\right]^n \xrightarrow{d} G_{\gamma,\alpha,\mu}(x), \qquad (۲۰)$$

آنگاه G_γ به یکی از ۳ توزیع معرفی‌شده در زیر تعلق دارد:

$$G_{\gamma,\alpha,\mu,\theta}(x) = \begin{cases} exp\left\{-exp\left(\frac{-x-\mu}{\theta}\right)\right\}, & x \in R,\ \theta > 0 \\ exp\left\{-\left(\frac{x-\mu}{\theta}\right)^{-\alpha}\right\}, & x \ge \mu,\ \alpha,\theta > 0 \\ exp\left\{-\left(\frac{-x-\mu}{\theta}\right)^{-\alpha}\right\}, & x \le \mu,\ \alpha < 0 \end{cases} \qquad (۲۱)$$



شکل ۲: مقدار کرانگین به روش ماکسیمم بلوک ها



شکل ۳: مقدار کرانگین به روش قله های فراتر از آستانه

$G_0(x)$ را توزیع گامبل، $G_1(x)$ را توزیع فره شه و $G_2(x)$ را توزیع وایبول گویند. به‌طورکلی، این ۳ توزیع را خانواده توزیع‌های کرانگین تعمیم‌یافته (GEV) می نامند.

برهان: به Klugman *et al.* (2019) مراجعه شود.

نتیجه: توزیع حدی مشاهدات کرانگین حاصل‌شده به روش ماکسیمم بلوک ها به‌صورت حدی به یکی از ۳ توزیع معرفی‌شده ی خانواده GEV میل می‌کند.

قضیه۵: فرض کنید X یک متغیر تصادفی مثبت مقدار با تابع توزیع Y_x باشد. متغیر تصادفی Y را به‌صورت زیر تعریف می کنیم

$$\boldsymbol{Y}=\begin{cases}\text{تعریف نشده} & ، \boldsymbol{x}<\boldsymbol{d}\\ \boldsymbol{X}-\boldsymbol{d} & ، \boldsymbol{x}\geq\boldsymbol{d}\end{cases} \qquad (۲۲)$$

که در آن d متعلق به دامنه ی سمت راست دم توزیع X است. در این صورت توزیع متغیر تصادفی Y عبارت است از

$$P(Y\leq y)=P(X\leq y+d|X\geq d)=۱-\frac{S_X(y+d)}{S_X(d)} \qquad (۲۳)$$
$$lim_{d\to\infty}P(Y\leq y)=lim_{d\to\infty}P(X\leq y+d|X\geq d)\to ۰$$

بنابراین به ازای مقادیر بسیار بزرگ d توزیع متغیر تصادفی Y که همان توزیع مشاهدات کرانگین حاصل‌شده به روش قله های فراتر از آستانه است، به صفر میل نموده و تباهیده می شود. در این صورت اگر به ازای ثابت های $c_n>0$ و $d_n\in R$ تابع توزیع حدی W_Y به‌صورت زیر موجود باشد:

$$F(c_n y+d_n)\xrightarrow{d} W_{\gamma,\alpha,\theta}(x)\ . \qquad (۲۴)$$

آنگاه W_Y به یکی از ۳ توزیع معرفی‌شده در زیر تعلق دارد:

$$W_{\gamma,\alpha,\mu,\theta}(x)=\begin{cases}۱-exp\left\{-\frac{x-\mu}{\theta}\right\} \ , & x\geq\mu\\ ۱-\left(\frac{x-\mu}{\theta}\right)^{-\alpha} \ , & x\geq\mu+\theta\ ,\ \alpha,\theta>۰\\ ۱-\left\{\left(-\frac{x-\mu}{\theta}\right)^{-\alpha}\right\} \ , & \mu-\theta<x<\mu\ ;\end{cases} \qquad (۲۵)$$

$W_0(x)$ را توزیع نمایی، $W_1(x)$ را توزیع پارتو و $W_2(x)$ را توزیع بتا گویند. به‌طورکلی این۳ توزیع را خانواده‌ی توزیع‌های کرانگین پارتو تعمیم‌یافته (GPD) می نامند.

برهان: به Klugman *et al.* (2019) مراجعه شود.

نتیجه: توزیع مشاهدات کرانگین حاصل‌شده به روش قله های فراتر از آستانه، به‌صورت حدی به یکی از ۳ توزیع معرفی‌شده ی خانواده GPD میل می‌کند.

برای شناسایی و تفکیک مشتریان پرریسک و کم‌ریسک، باید یک مقدار به‌عنوان شاخص جداسازی مشتریان در نظر گرفته شود، به این شاخص، حدآستانه می گویند. گروه اول مشتریان با مقدار خسارت ادعا شده کمتر از حد آستانه d هستند به این افراد اصطلاحاً افراد کم‌ریسک می گوییم و گروه دوم افرادی هستند که خسارتی به مراتب بزرگ‌تر از d به شرکت وارد نموده اند، این افراد نیز پرریسک نامیده می شوند. افراد پرریسک بیشتر حائز اهمیت هستند. زیرا خسارت ادعاشده از طریق این گروه در انتهای سمت راست دم توزیع (خسارت‌ها) قرارگرفته و موجب افزایش حق‌بیمه پایه تمامی افراد می‌شوند. انتخاب مقدار حد آستانه بسیار مهم و حساس است. زیرا دم توزیع و مشتریان پرریسک به کمک این مقدار تعیین می شود، از این‌رو، برای براورد مقدار حد آستانه مناسب و منطقی دو روش ارزش در معرض ریسک و براوردگر هیل معرفی می شود.

تعریف۸ : Klugman *et al.* (2019) معیار ارزش در معرض ریسک (VaR): فرض کنید متغیر تصادفی X نشان دهنده ی خسارت‌های وارد شده به شرکت باشد. ارزش در معرض ریسک صدک p ام توزیع متغیر تصادفی X را به‌صورت $VaR_p(x)$ نشان داده و داریم

$$P(X\geq VaR_p(x))=۱-p. \qquad (۲۶)$$

در این روش، صدکی از توزیع خسارت‌ها را که به‌اندازه کافی نشان‌دهنده دم سمت راست توزیع باشد انتخاب کرده و مقدار خسارت متناظر با آن را به عنوان حد آستانه می‌پذیریم (Duffie and Pan, 1997).

باتوجه به متون آماری از جمله مثال های ارائه شده در Klugman *et al.* (2019) عموماً مقدار متناظر با صدک ۹۰ ام یا ۹۵ ام توزیع مشاهدات به عنوان مقدار حد آستانه پذیرفته می شود.

تعریف۹ : (Hill, 1975; Klugman *et al.*, 2019) براوردگر هیل: با توجه به قضیه (۵)، با انتخاب مقدار مناسب حد آستانه d، خسارت های کرانگین بیشتر از dدارای توزیع حدی GPDهستند، توزیع‌های دم‌سنگینGPD نیز دارای دمی به شکل $S_X(x)\sim\left(\frac{x}{\theta}\right)^{-\alpha}$ هستند، به α پارامتر شکل می گویند. با انتخاب مقدار d به‌عنوان مقدار حد آستانه $\theta=d$ است (با توجه به دامنه تعریف توزیع پارتو). بنابراین با انتخاب d و تعیین پارامتر θ، پارامتر شکل α به کمک

معادله ی ماکسیمم درستنمایی به‌راحتی براورد می‌شود. در این مقاله به کمک براوردگر هیل مقداری را به‌عنوان حد آستانه d می پذیریم که به ازای آن، براورد $\hat{\alpha}$ کمترین تغییرپذیری را داشته باشد، جهت روشن شدن موضوع قضیه زیر ارائه می شود.

قضیه ۶: اگر $X_1, X_2, \dots X_n$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی هم توزیع با تابع بقایی به شکل زیر باشند:

$$S_X(x) = (\frac{x}{d})^{-\alpha} \quad , \quad x \ge d. \tag{۲۷}$$

برآوردگر هیل پارامتر شکل α به صورت زیر است:

$$\hat{\alpha} = \left[\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} Ln\left(\frac{x_j}{d}\right)\right]^{-1}. \tag{۲۸}$$

برهان: (Hill, 1975; Klugman *et al.*, 2019)

نتایج و بحث

مدل‌سازی توزیع خسارت ها و محاسبه حق‌بیمه تحریف‌یافته (مطالعه موردی)

در فرایند مدیریت بازاریابی، بخش‌بندی بازار کلیه تصمیمات مربوط به آمیخته بازار اعم از طراحی محصول، قیمت‌گذاری، توزیع و تبلیغات را تحت تأثیر قرار می‌دهد (Niakan Lahiji and Haghighinasab, 2020). فرض کنید متغیر X نشان‌دهنده خسارت های ادعا شده به شرکت باشد به‌طوری‌که $F_X \in \mathfrak{D}(W_\gamma)$. در این صورت افراد با خسارت‌های کمتر از d را افراد کم‌ریسک می نامیم، توزیع خسارت های این افراد به صورت زیر حاصل می شود:

$$F_{X_1}(x) = \frac{F_X(x)}{F_X(d)} \quad , \quad 0 \le x < d \tag{۲۹}$$

همچنین افراد پرریسک دارای خسارت‌های بیشتر از d هستند و با توجه به قضیه (۵) توزیع خسارت های ادعاشده توسط این افراد به‌صورت زیر مطرح می‌شود:

$$F_{X_2}(x) = W_{\gamma,\alpha,\mu,\theta}(x) \quad , \quad x \ge d \tag{۳۰}$$

بنابراین، توزیع جامعه ی خسارت ها را می توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$F_X(x) = \begin{cases} (1-p)\dfrac{F_X(x)}{F_X(d)} & 0 \le x < d \\ pW_{\gamma,\alpha,\mu,\theta}(x) & x \ge d \end{cases} \tag{۳۱}$$

دراین توزیع، p نشان‌دهنده‌ی فراوانی نسبی خسارت‌های کرانگین است (خسارت های ادعا شده از جانب بیمه شدگان پرریسک). حق‌بیمه افراد کم‌ریسک از طریق تابع توزیع بریده شده $\frac{F_X(x)}{F_d(x)}$ و حق‌بیمه افراد پرریسک از طریق توزیع دم‌سنگین $W_{\gamma,\alpha,\mu,\theta}(x)$ محاسبه می شود. بنابراین اگر $\pi(X)$ نشان دهنده حق‌بیمه پرداخت شده به شرکت باشد آنگاه

$$\pi(X) = \begin{cases} \pi_1(X) & \text{اگر فرد کم‌ریسک باشد} \\ \pi_2(X) & \text{اگر فرد پر ریسک باشد} \end{cases} \tag{۳۲}$$

از این‌رو، *1-p* درصد جامعه مبلغ $\pi_1(X)$ و *p*درصد دیگر مبلغ $\pi_2(X)$ را به‌عنوان حق‌بیمه به شرکت پرداخت می کنند. محاسبه حق‌بیمه به این روش موجب کاهش حق‌بیمه پایه افراد کم‌ریسک می شود، درحالی‌که افراد پرریسک و دارای خسار ت ها ی کرانگین، حق‌بیمه بیشتری را در مقایسه با گذشته پرداخت می نمایند. در نهایت ساختار ایجاد حق‌بیمه مطرح شده در این مطالعه، در چهار گام زیر قابل دستیابی است:

گام اول: نسبت دادن یک توزیع دم‌سنگین مناسب به خسارت‌های ادعاشده.

گام دوم: تعیین مقدار حد آستانه ی d به کمک براوردگر هیل و معیار *VaR* و تقسیم مشتریان به دو طبقه کم‌ریسک و پرریسک با توزیع‌های $X_1 \sim \frac{F_X(x)}{F_X(d)}$ و $X_2 \sim W_{\gamma,\alpha,\mu,\theta}(x)$.

گام سوم: تحریف هر یک از توزیع‌های $\frac{F_X(x)}{F_X(d)}$ و $W_{\gamma,\alpha,\mu,\theta}(x)$به کمک تابع تحریف لگ لیندلی به‌صورت $Z_1 \sim H_{\sigma,\lambda}(\frac{F_X(x)}{F_X(d)})$ و $Z_2 \sim H_{\sigma,\lambda}(W_{\gamma,\alpha,\mu,\theta}(x))$ و ایجاد ریسک تصادفی تحریف‌یافته ی Z_1 و Z_2 با خواص عنوان شده قبل.

گام چهارم: محاسبه ی امید ریاضی Z_1 و Z_2 به‌عنوان حق‌بیمه تحریف‌یافته برای هر طبقه.

در ادامه به کمک خسارت های ادعا شده به یک شرکت بیمه، حق‌بیمه تحریف‌یافته را محاسبه می نماییم. مشاهدات خسارت مربوط به وسایل نقلیه سواری (با کاربری شخصی) است که توسط مشتریان، ادعا و حواله ی خسارت مربوطه پس از کسر فرانشیز توسط بیمه گر صادر و پرداخت شده است. از آنجایی که نوع خودرو و کاربری آن می تواند ریسک خسارت ها را تغییر دهد، از این‌رو، با محدود کردن جامعه آماری خود به خودروهای سواری ۴ سیلندر با کاربری شخصی و ایجاد یک جامعه همگن، نتایج به دست آمده از اطمینان بیشتری برخوردار هستند. جهت انجام محاسبات، از نرم‌افزار R و پکیج‌های: "fExtremes" "extRemes" ،"accrual" "fitdistrplus" و "GPareto" استفاده می کنیم. پس از ضرب

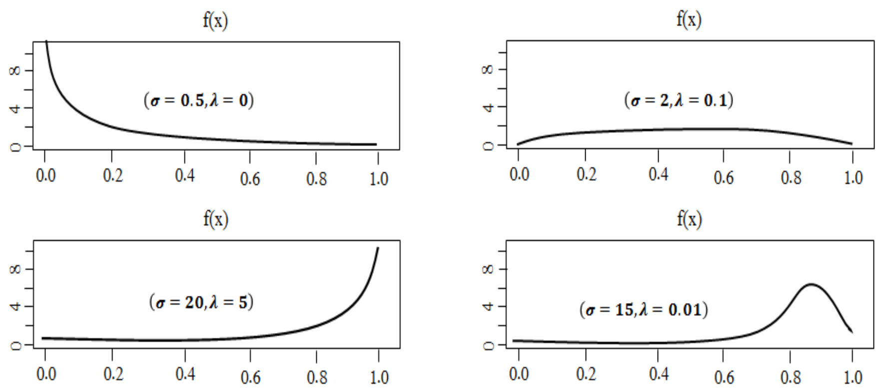
مشاهدات خسارت در مقدار 10^{-5} و کسر کمترین مقدار خسارت یعنی مبلغ ۶۸۵.۷۰۰ ریال از کلیه خسارت ها (به منظور تعدیل مقادیر خسارت و از بین بردن پارامترهای مکان و مقیاس) و حذف مشاهدات نامعتبر، جدول آمار توصیفی خسارت ها در زیر ارائه می شود.

با توجه به جدول ۳، خسارت ها دارای میانگین ۱۳۱.۲۸ هستند. همچنین کشیدگی و ماکسیمم مقدار خسارت ها به ترتیب برابر با ۳۴۱.۰۴ و ۱۸.۶۵۷ است، شکل ۴ و اطلاعات جدول ۳ هر دو نشان از دم‌سنگین بودن توزیع خسارت ها دارند. به کمک نرم‌افزارهای آماری *R* و *Easy fit*، توزیع های پیوسته و غالباً دم سنگین متفاوتی به مشاهدات خسارت برازش داده شد، با توجه به نتایج نهایی و خروجی نرم‌افزار ۴ توزیع دم سنگین بور، پارتو، لگ نرمال و وایبول کاندیدهای مناسبی جهت برازش به خسارت های ادعا شده معرفی شدند. در جدول ۴ معیار های نیکویی برازش این چهار توزیع ارائه می شود.

معیار آکائیک و بیز نشان‌دهنده میزان اطلاعات از دست رفته در اثر برازش توزیع و مدل‌سازی است، این معیار هرچه کمتر باشد نشان‌دهنده مناسب تر بودن توزیع برازش شده به مشاهدات است. با توجه به این معیارها توزیع بور دارای شرایط ایده آل‌تری نسبت به سایر توزیع های کاندید است. مقدار آماره کولموگروف و کرامر

جدول ۳: آمار توصیفی خسارت های ادعا شده (ریال)

کشیدگی	چولگی	ماکسیمم	Q_3	میانگین	میانه	Q_1	مینیمم	دامنه	تعداد
۳۴۱/۰۴	۱۴/۹۳	۱۸,۶۵۷	۸۱/۰۶	۱۳۱/۲۸	۳۷/۳۷	۱۹/۴۹	۰	۱۸,۶۵۷	۲۹,۹۹۸



شکل ۴: تابع چگالی خسارت های ادعا شده

جدول ۴: معیارهای نیکویی برازش توزیع های کاندید

معیار نیکویی برازش	بور	پارتو	لگ نرمال	وایبول
Kolmogorov-Smirnov	۰/۰۰۶۹	۰/۰۹۴۳	۰/۰۶۴۰	۰/۱۳۲۱
Cramer-von Mises	۰/۱۸۳۴	۷۷/۵۵	۴۰/۳۷	۲۲۸/۲۹
Anderson-Darling	۲/۰۹	۵۴۵/۴۳	۲۴۵/۹۷	۱۳۸۰/۳۳
Akaike's Information	۳۲۰,۷۴۴	۳۲۵,۸۲۳	۳۲۳,۷۱۵	۳۳۶,۰۰۰
Bayesian Information	۳۲۰,۷۶۹	۳۲۵,۸۴۰	۳۲۳,۷۳۲	۳۳۶,۰۱۷

جدول ۵: برآورد پارامترهای توزیع بور

$Burr(\alpha, \beta, \kappa)$	برآورد	انحراف معیار	$p-value$
α	۰/۵۱۰۸	۰/۰۰۸۸	
β	۲/۰۲	۰/۰۲۰۳	۰/۱۱
κ	۰/۰۴۵	۰/۰۰۰۶	

هرچه کمتر باشد، فرض تبعیت مشاهدات از توزیع مفروضه (فرض صفر) بیشتر مورد حمایت قرار می گیرد. با توجه به معیار های نیکویی برازش توزیع بور به عنوان توزیع نهایی مشاهدات خسارت پذیرفته می شود. در ادامه به کمک نرم‌افزار R پارامترهای این توزیع برآورد و به کمک پارامترهای برآورد شده مجدد اعتبار مدل مورد سنجش قرار می گیرد.

با توجه به مقادیر پارامترهای برآورد شده و **p**- مقدار مربوطه، فرض صفر در سطح معنی داری ۵ ٪ تایید و توزیع بور به عنوان مدل مناسب و نهایی پذیرفته می شود. برای شناسایی خسارت های کرانگین و تعیین مقدار حد آستانه مناسب از دو روش برآوردگر هیل و ارزش در معرض ریسک بهره می گیریم. به کمک نرم‌افزار *R* نمودارهای زیر رسم می شود. این نمودارها برای تعین مقدار مناسب حد آستانه درک شهودی خوبی به تحلیل گر می دهند. جهت آشنایی بیشتر با نحوه تحلیل و تفسیر این نمودارها پیشنهاد می شود که به Hill (1975) و Denuit, et al., (2005) مراجعه شود.

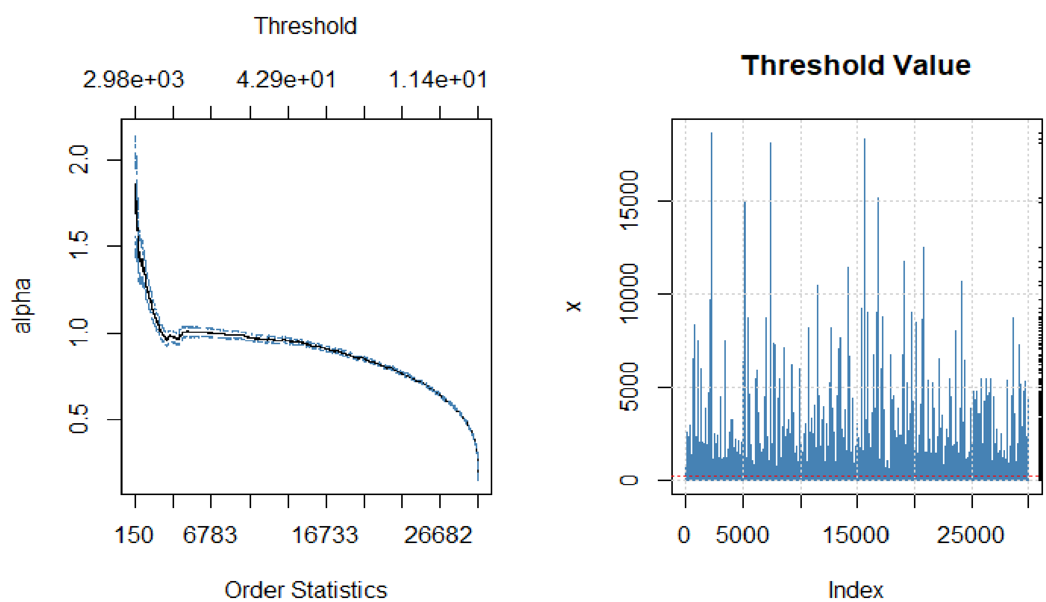
با توجه به خسارت های ادعا شده و نمودار هیل (شکل ۶. سمت چپ) و نمودار ماکسیمم بلوک ها (شکل ۶. سمت راست) رسم شده برآورد پارامتر α توزیع پارتو عمومی تشریح شده در تعریف ۹ به ازای مقادیر $\hat{\alpha}^{-1} \in (0/7, 0/8)$ دارای کمترین تغییرپذیری و نمودار آن نسبتاً هموار است، مقادیر حد آستانه متناظر با این بازه برابر $\hat{d} \in (180, 200)$ است در ادامه به کمک نمودار زیر مقدار حد آستانه به شکل دقیق تری مورد ارزیابی قرار می گیرد.

در شکل رسم شده شماره ۶ نیز با توجه به معیار قله های فراتر آستانه، مقدار حد آستانه مناسب در محور افقی رسم شده است، در این نمودار نیز مانند دو نمودار قبل مقدار $\hat{d} \in (180, 200)$ را مقدار مناسبی جهت حد آستانه معرفی می کند و پارامتر $\acute{a}$ توزیع پارتو عمومی تشریح شده در تعریف ۹ در بازه ی $\hat{\alpha}^{-1} \in (0/7, 0/8)$ دارای کمترین تغییرپذیری است. در نهایت، مقدار پیشنهاد شده نرم‌افزار برابر ۱۹۸ است، از طرفی به کمک معیار ***VaR***، ارزش در معرض ریسک صدک ۹۰ام توزیع خسارت ها به صورت زیر برآورد می شود:

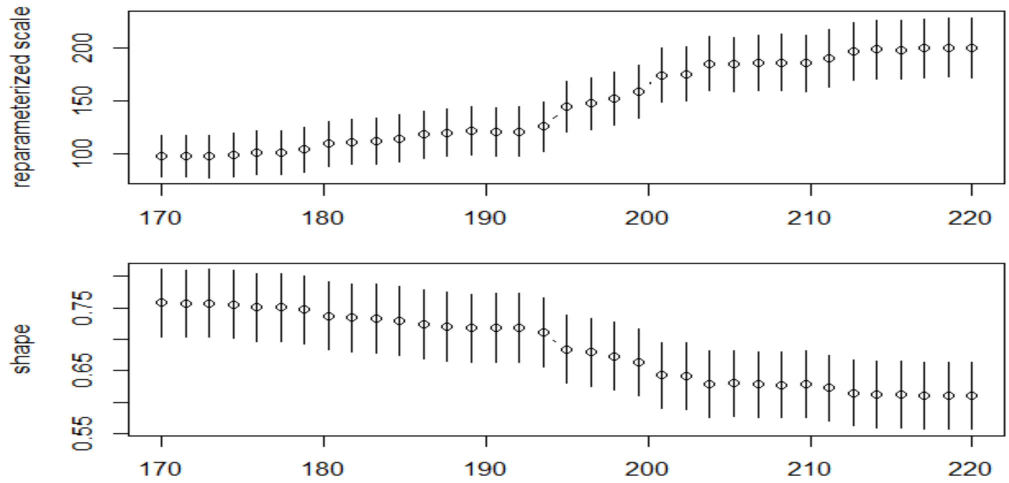
$$P(X \geq ۱۹۸) \approx ۰/۱۰ \quad \Rightarrow \quad VaR_{۰/۹۰}(x) \approx ۱۹۸ \qquad (۳۳)$$

در نهایت، به کمک تحلیل داده ها و معیارهای به دست آمده، مقدار خسارت ۱۹۸ را به عنوان برآورد ی مناسب از حد آستانه می پذیریم. با توجه به مقدار حد آستانه $d = 198$، خسارت‌های ادعاشده را در دو طبقه کم ریسک و پرریسک به‌صورت زیر افراز می نماییم.

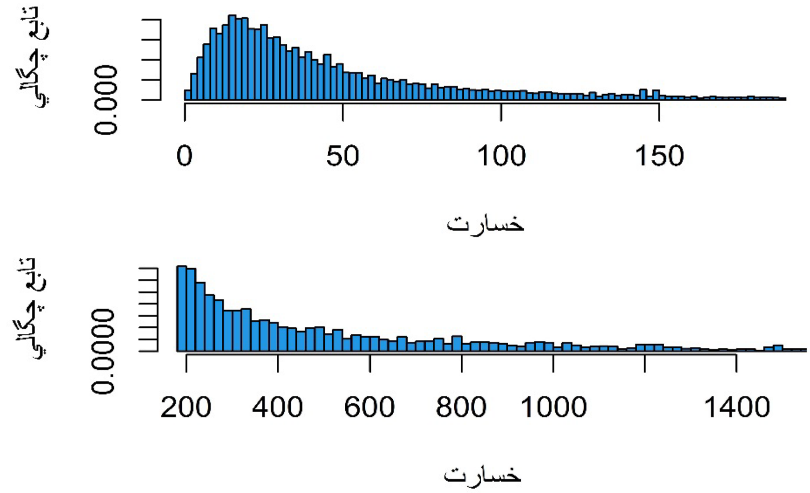
در شکل ۶ خسارت های کمتر از حد آستانه $d = 198$ دارای توزیع بور (توزیع اولیه مشاهدات) اما بریده‌شده در ***d*** است. همچنین خسارت های بزرگ‌تر از حد آستانه دارای توزیع حدی $W_{\gamma,\alpha,\mu,\theta}(x)$ (با توجه به قضیه ۵) است. بنابراین، توزیع کلی



شکل ۵: نمودار برآوردگر Hill (1975)



شکل ۶: تغییرات پارامتر توزیع عمومی پارتو



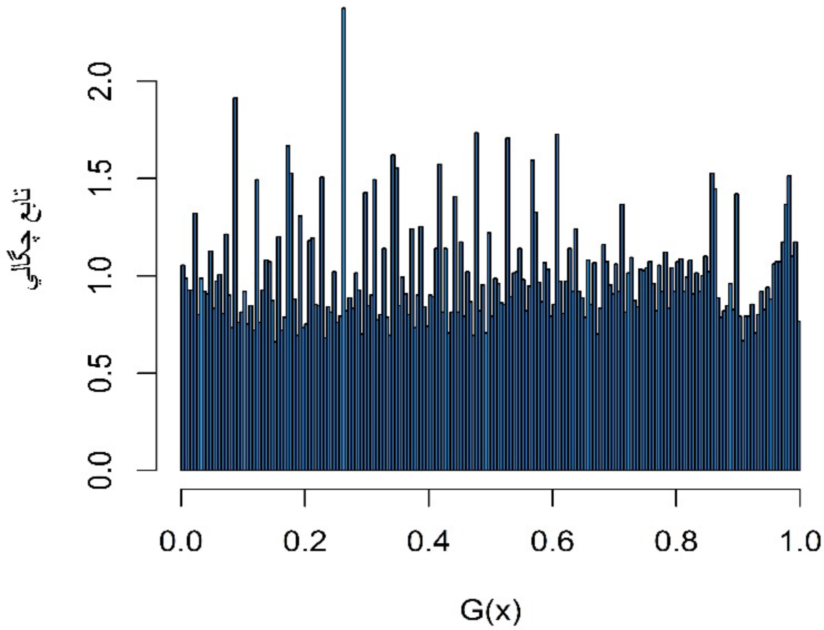
شکل ۷: طبقه های کم‌ریسک و پرریسک

خسار ت ها به صورت زیر حاصل می شود:

$$f_X(x)=\begin{cases}(1-p)\dfrac{\alpha\kappa\left(\dfrac{x}{\beta}\right)^{\alpha_1-1}\left\{\beta\left(1+\left(\dfrac{x}{\beta}\right)^{\alpha_1}\right)^{\kappa+1}\right\}^{-1}}{1-\left\{1+\left(\dfrac{d}{\beta}\right)^{\alpha_1}\right\}^{-\kappa}}\ , & \\ 0\le x<d=198,\hat{\alpha}_1=0/5108,\hat{\beta}=2/02,\hat{\kappa}=0/045 & \\ p\left(\dfrac{\alpha_2\theta^{\alpha_2}}{x^{\alpha_2+1}}\right),\hat{p}=0/10\ ,\ \ x\ge d\ ,\ \ d=\hat{\theta}=198,\hat{\alpha}_2=1/4 & \end{cases} \qquad (۳۴)$$

برای محاسبه حق‌بیمه تحریف‌یافته می بایست به کمک مشاهدات خسارت، پارامترهای توزیع لگ لیندلی برآورد شوند. همانطور که قبل هم عنوان شد حق‌بیمه تحریف‌یافته برابر امید ریاضی توزیع تحریف‌یافته خسارت هاست که به صورت زیر تعریف می شود:

$$\mathrm{H}_{\sigma,\lambda}(x)=\frac{\left[G(x)\right]^{\sigma}\left[۱+\sigma\left(\lambda-\log G(x)\right)\right]}{۱+\lambda\sigma} \qquad (۳۵)$$



شکل ۸: محاسبه مقادیر توزیع $G(x)$

جدول ۶: برآورد پارامترهای توزیع لگ لیندلی

توزیع	پارامتر	براورد	$p\text{-}v$
$log.lindly(\sigma,\lambda)$	σ	۱/۱۱	۰/۰۰
	λ	۸۹/۵۳	۰/۰۰

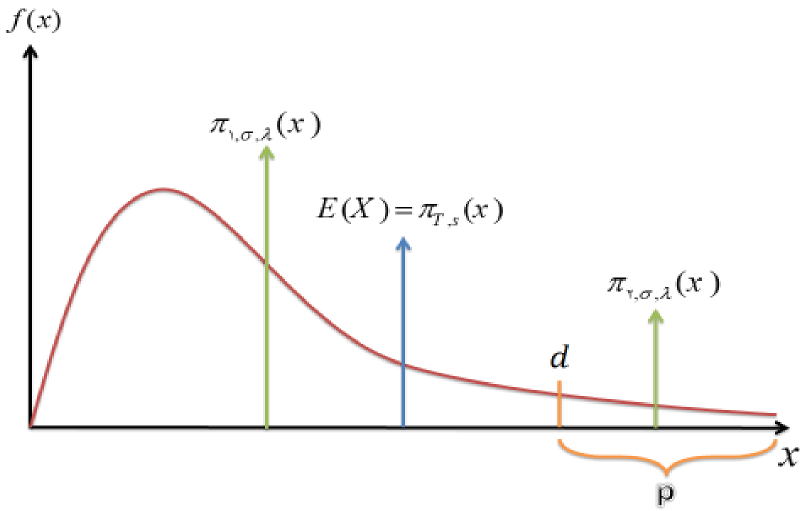
جدول ۷: حق‌بیمه خالص، و تحریف‌یافته برای افراد کم‌ریسک و پرریسک

	توزیع	$\pi_s(X)$	$\pi_{\sigma,\lambda}(X)$.
			$P(X \ge ۱۹۸) \approx ۰/۱۰ \quad \Rightarrow \quad VaR_{۰/۹۰}(x) \approx ۱۹۸$
			$\sigma = ۱/۱۱ \quad \lambda = ۸۹/۵۳$
کل جامعه	$Burr(۰/۵۱۰۸\,,۲/۰۲\,,۰/۰۴۵)$	۱۳۳/۴۳	۱۶۳/۲۷
طبقه کم‌ریسک	$Tr.Burr(۰/۵۱۰۸,۲/۰۲,۰/۰۴۵,۱۹۸)$	۴۶/۶۷	۴۹/۲۵
طبقه پرریسک	$GPD(۱/۴\,,۱۹۸)$	۴۱۶/۸۶	۵۳۶/۱۰

$$۰ \le G(x) \le ۱ \quad , \quad x \in R^{+}.$$

که در آن همواره شروط $\sigma \ge 1$ ، $\lambda \ge 0$ و $\lambda(\sigma-1) \ge 1$ برقرار است. عبارت $G(x)$ موجود در تابع توزیع بالا نشان دهنده توزیع خسارت های ادعا شده است که در این مطالعه توزیع بور به عنوان مدل مناسب پذیرفته می شود. برای محاسبه مقادیر $G(x)$ کافیست مقادیر خسارت x را در توزیع بور قرار داد و مقادیر متناظر با آن یعنی $G(x)$ را محاسبه نماییم. شکل ۵ مقادیر $G(x)$ را نشان می دهد.

با توجه به شکل ۸ دامنه تابع $G(x)$ بازه ۰ تا ۱ است و این کاملاً منطقی است چراکه تابع $G(x)$ یک تابع توزیع است. پس از محاسبه مقادیر توزیع $G(x)$ و قرار دادن این مقادیر در تابع



شکل ۹: تابع چگالی خسارت ها و حق‌بیمه تحریف‌یافته طبقات کم‌ریسک و پرریسک

توزیع لگ لیندلی، پارامترهای این توزیع یعنی σ و λ را به روش ماکسیمم درستنمایی برآورد می کنیم. در جدول ۶ نتایج برآورد پارامترهای σ و λ به همراه *p*- مقدار مربوطه ارائه می شود:
مقادیر برآورد شده پارامترهای σ و λ هر دو معنی دار هستند. در آخر نیز به کمک توزیع‌های برازش داده شده حق‌بیمه های خالص و تحریف‌یافته به کمک توزیع لگ لیندلی را برای هر طبقه محاسبه و در جدول ۷ نشان می دهیم.

همانطور که از مقادیر درون جدول ۷ مشخص است، مقدار امید ریاضی توزیع اولیه خسارت ها برابر $\pi_s(X)=133/43$ است. این مبلغ مبنای محاسبه حق‌بیمه تمام افراد (کم‌ریسک و پرریسک) قرار می گیرد. این در حالیست که میانگین خسارت وارد شده توسط افراد کم‌ریسک و پرریسک به ترتیب برابر ۴۶/۶۷ و ۴۱۶/۸۶ است که نشان‌دهنده تفاوت فاحش این مقادیر از میانگین اولیه توزیع خسارت ها یعنی ۱۳۳/۴۳ است. تفاوت مقادیر به دست آمده ضرورت تفکیک طبقه کم ریسک و طبقه پرریسک را مشخص می کند. شاید این سؤال مطرح شود که مقدار میانگین خسارت های طبقه پرریسک یعنی ۴۱۶/۸۶ بسیار بیشتر از مقدار میانگین اولیه مشاهدات یعنی ۱۳۳/۴۳ است و استفاده از این مقدار برای محاسبه حق‌بیمه می‌تواند موجب از دست دادن این طبقه از مشتریان شود. ابتدا باید گفت که مقدار میانگین ۴۱۶/۸۶ مربوط به همان افرادیست که خسارت های بیشتر از مقدار حد آستانه ۱۹۸ به بیمه گر وارد می کنند، از طرفی سیاست بسیاری از شرکت ها عدم پذیرش چنین افراد است و این می تواند به دلایل مختلفی از جمله ریسک‌گریزی شرکت ها خصوصاً شرکت هایی با سطح توانگری ضعیف صورت پذیرد. بنابراین از دست دادن این دسته از افراد پرریسک نه تنها موجب ضرر نمی شود، بلکه در بسیاری از موارد کاهش ضریب خسارت و در نهایت منفعت شرکت ها را به دنبال دارد.

برای بررسی حق‌بیمه تحریف‌یافته به کمک توزیع لگ لیندلی مقدار به دست آمده برای کل جامعه در صورت عدم تفکیک مشتریان برابر ۱۷,۰۱۲,۷۰۰ ریال (پس از ضرب مقدار به دست آمده در جدول ۷ در 10^5 و افزودن مقدار مینیمم خسارت‌ها یعنی ۶۸۵,۷۰۰) است، همچنین حق‌بیمه تحریف‌یافته به کمک توزیع لگ لیندلی برای افراد کم‌ریسک و پرریسک به ترتیب برابر ۵,۶۱۰,۷۰۰ و ۵۴,۲۹۵,۷۰۰ ریال است. همانطور که از مقادیر به دست آمده مشخص است تفاوت مقدار امید ریاضی توزیع تحریف‌یافته یعنی $\pi_{\sigma,\lambda}(X)$ از مقدار امید ریاضی توزیع اولیه خسارت ها در طبقه پرریسک بسیار بیشتر از طبقه کم‌ریسک است، زیرا میزان حساسیت تابع تحریف نسبت به مشاهدات کرانگین بسیار بیشتر از مشاهدات کوچک است. در نهایت میان مقادیر به دست آمده در جدول ۷ روابط زیر همواره برقرار است:

$$\pi_{1,s}(X)\le\pi_{1,\sigma,\lambda}(X)\le\pi_{T,s}(X)<d<\pi_{2,s}(X)\le\pi_{2,\sigma,\lambda}(X) \qquad (۳۶)$$

که در آن نمادهای ارائه شده به ترتیب عبارتند از:
x : مبلغ خسارت.
$f(x)$: تابع چگالی مبلغ خسارت.
p : درصد بیمه گذاران پرریسک.

$\pi_{1,s}(X)$: حق‌بیمه خالص برای طبقه کم‌ریسک.
$\pi_{1,\sigma,\lambda}(X)$: حق‌بیمه تحریف‌یافته برای طبقه کم‌ریسک.
$E(x)$:امید ریاضی مبلغ خسارت های ادعا شده.
$\pi_{T,s}(X)$: حق‌بیمه خالص برای کل جامعه (در صورت عدم طبقه بندی جامعه).
d : مقدار حد آستانه.
$\pi_{2,s}(X)$: حق‌بیمه خالص برای طبقه پرریسک.
$\pi_{2,\sigma,\lambda}(X)$: حق‌بیمه تحریف‌یافته برای طبقه پرریسک.

در حقیقت آنچه که در شکل ۸ نشان داده می شود، نمایی کلی از براورد حق‌بیمه با رویکرد این مقاله است و ترتیب نشان داده شده برای حق‌بیمه تحریف‌یافته طبقات کم‌ریسک و پرریسک همواره برقرار است.

جمع‌بندی و پیشنهادها

هدف اصلی این مقاله شناسایی بیمه‌گذاران پرریسک به کمک معیارهای مناسب بیم‌سنجی و محاسبه حق‌بیمه تحریف‌یافته و متناسب با ریسک آن ها است. تعیین حق‌بیمه عادلانه و متناسب با میزان ریسک، نیازمند افشای دقیق و کامل حقایق مهم در خصوص موضوع بیمه است. اکثر اوقات دسترسی به چنین اطلاعات جامع و کاملی دشوار است، در چنین شرایطی استفاده از اطلاعات سوابق گذشته افراد از جمله خسارت های ادعا شده می تواند به عنوان معیار مناسب شناسایی میزان ریسک مورد استفاده بیمه گر قرار گیرد. در این مقاله سعی می شود تا به کمک معیار های آماری مناسبی از جمله مقدار حد آستانه و ارزش در معرض ریسک، میزان ریسک مشتریان شناسایی و افراد کم‌ریسک و پرریسک طبقه بندی شوند، سپس به کمک تابع تحریف لگ لیندلی حق‌بیمه‌ای تحت عنوان حق‌بیمه تحریف‌یافته معرفی می‌شود.

با توجه به تحلیل خسارت های ادعا شده به یک شرکت بیمه در صورت عدم تفکیک مشتریان کم‌ریسک و پرریسک مبلغ حق‌بیمه برای کلیه افراد جامعه یکسان و برابر ۱۷,۰۱۲,۷۰۰ ریال محاسبه می شود، این مبلغ برای افراد کم‌ریسک و بدون خسارت مبلغ زیادی است، پس از طبقه‌بندی مشتریان به کمک معیارهای آماری مشروحه و محاسبه مجدد حق‌بیمه تحریف‌یافته برای افراد کم‌ریسک و پرریسک به ترتیب برابر ۵,۶۱۰,۷۰۰ و ۵۴,۲۹۵,۷۰۰ محاسبه می شود. تفاوت بسیار زیاد حق‌بیمه دو طبقه نشان از تفاوت بسیار زیاد میزان ریسک این دو گروه و در نهایت ضرورت و اهمیت طبقه‌بندی جامعه مشتریان به دو طبقه کم‌ریسک و پرریسک را نتیجه می دهد. در آخر خاطر نشان می شود که در استفاده از این روش محدودیتی وجود ندارد و هنگامی‌که توزیع خسارت‌ها دم‌سنگین است این روش می تواند مفید واقع شود. همچنین حق‌بیمه معرفی شده دارای خاصیت بهینگی (همگنی مثبت، عدم اجحاف، هم یکنوایی جمعی و سربار نامنفی) است و از آن می توان در کلیه محصولات بیمه ای (غیر زندگی) استفاده نمود.

مشارکت نویسندگان

روش شناسی، گردآوری و تحلیل داده‌ها توسط نویسنده اول؛ ویرایش، اصلاحات علمی پژوهش توسط نویسنده دوم و سوم انجام شده است. همچنین مسئولیت این پژوهش از لحاظ روش انجام پژوهش بر عهده نویسنده اول است.

تشکر و قدردانی

از دکتر محمودوند استادیار دانشگاه بوعلی سینا که زحمت ویرایش علمی و ادبی مقاله را به عهده گرفتند بسیار متشکرم. همچنین از دکتر سجاد رامندی به جهت تهیه داده‌های مطالعه، کمال سپاسگزاری را دارم.

تعارض منافع

نویسندگان اعلام می‌دارند که در مورد انتشار این مقاله تضاد منافع وجود ندارد. علاوه بر این، موضوعات اخلاقی شامل سرقت ادبی، رضایت آگاهانه، سوءرفتار، جعل داده‌ها، انتشار و ارسال مجدد و مکرر توسط نویسندگان رعایت شده است.

یادداشت ناشر

ناشر نشریه پژوهشنامه بیمه با توجه به مرزهای حقوقی در نقشه‌های منتشر شده بی‌طرف باقی می‌ماند.

منابع

Armero, C.; Bayarri, M.J., (1994). Prior assessments for prediction in queues. J. R. Stat. Soc., 43(1): 139-153 **(15 pages)**.

Amin, M.E.; Mahdavi, Gh.; Daghighi Asli, A.R.; Enayat, A.A.; Akhavan, Kh.k.; Ansari, A.R.; Bahador, A., (2014). The study of risk factors and factors affecting the calculation of insurance premiums in car insurance. Insurance Research Center. (In Persian)

Burlacu, E., (2012). Risk methodology in vehicle insurance. Quality-access to success, 13(3): 300-304 **(5 pages).**

David, M., (2015). Auto insurance premium calculation using generalized linear models. Procedia Econ. Finance, 20: 147-156 **(10 pages).**

Denuit, M.; Dhaene, J.; Goovaerts, M.; Kaas, R., (2005). Actuarial theory for dependent risks: Measures, orders and models. Wiley

Denuit, M.; Maréchal, X.; Pitrebois, S.; Walhin, J.F., (2007). Actuarial modelling of claim counts: Risk classification, credibility and bonus-malus systems. Wiley

Dickson, D.C.M., (2016). Insurance risk and ruin. Cambridge University Press.

Duffie, D.; Pan, J., (1997). An overview of value at risk. J. Derivatives., 4(3): 7-49 **(43 pages)**.

Gómez-Déniz, E.; Sordo, M.A.; Calderín-Ojedac, E., (2014). The Log–Lindley distribution as an alternative to the beta regression model with applications in insurance. Insur. Math. Econ., 54: 49-57 **(9 pages)**.

Gómez-Déniz, E.; Calderín-Ojeda, E., (2021). A priori ratemaking selection using multivariate regression models allowing different coverages in auto insurance. Risks., 9(7):1-18 **(18 pages).**

Haji Heydari, N.; Samrand, Kh.; Farahi, A., (2011). Classification of the risk level of car body insurance policyholders using data mining algorithms (case study: An insurance company). Iran. J. Insur. Res., 26(4): 107-129 **(23 pages).** (In Persian)

Hanafizadeh, P.; Rastkhiz Paydar, N., (2011). A model for risk classification of car body insurance customer groups based on risk using data mining technique (case study: Car body insurance in an insurance company). Iran. J. Insur. Res., 26(2): 55-81 **(27 pages).** (In Persian)

Izadparast, S.M.; Farahi, A.; Fath Nejad, F.; Teimourpour, B., (2012). Using data mining techniques to predict the detriment level of car insurance customers. Iran. J. Inf. Process. Manage., 27(3): 699-722 **(26 pages).** (In Persian)

Jodrá, P.; Jiménez-Gamero, M.D., (2016). A note on the Log-Lindley distribution. Insur. Math. Econ., 71: 189-194 **(6 pages).**

Kafková, S., (2015). Bonus-malus systems in vehicle insurance. Procedia Econ. Finance, 23: 216-222 **(7 pages).**

Klugman, S.A.; Panjer, H.H.; Willmot, G.E., (2019). Loss models: From data to decisions, 5th edition. Wiley

Le Cam, L., (1990). Maximum likelihood: An introduction. Int. Stat. Rev., 58(2): 153-171 **(20 pages).**

Manteghipour, M.; Aalaei, M., (2021). Discount effects on the composition of the risk portfolio of the third-party vehicle Insurance. Iran. J. Insur. Res. 36(2): 9-36 **(28 pages).** (In Persian)

Niakan Lahiji, N.; Haghighinasab, M., (2020). Auto-Hull insurance market segmentation in one of the biggest insurance Company in Iran. Iran. J. Insur. Res., 35(3): 93-122 **(29 pages).** (In Persian)

Pichler, A., (2015). Premiums and reserves, adjusted by distortions. Scand. Actuarial J., 2015(4): 332-351 **(19 pages).**

Shaked, M.; Shanthikumar, J.G.,)2007(. Stochastic orders. Springer Science & Business Media.

Szymańska, A., (2008). Bayesian estimation of bonus malus coefficients in CR automobile liability insurance. Acta Universitatis Lodziensis. Folia Oeconomica, 216: 433-444 **(12 pages).**

Spilbergs, A.; Fomins, A.; Krastins, M., (2022). Road traffic accidents risk drivers analysis-multivariate modelling based on latvian motor third party liability insurance data. Economic and Social Development: Book of Proceedings.: 246-264 **(18 pages).**

Wang, Sh., (1996). Premium calculation by transforming the layer premium density. Astin Bull., 26(1): 71-92 **(22 pages).**

Wang, Sh.S.; Young, V.R., (1996). Risk-adjusted credibility premiums using distorted probabilities. Scand. Actuarial J., 1998(2): 143-165 **(22 pages).**

Zakerzadeh, H.; Mahmoudi, E., (2012). A new two parameter lifetime distribution: Model and properties. ArXiv preprint arXiv: 1-19 **(19 pages).**

AUTHOR(S) BIOSKETCHES	معرفی نویسندگان

سامان سپهوند، کارشناس ارشد اکچوئری، کارشناس مسئول اکچوئری بیمه‌های زندگی، شرکت بیمه سرمد، تهران، ایران

- Email: *saman_sepahvand@yahoo.com*
- ORCID: 0000-0002-3513-3909
- Homepage: https://civilica.com/p/285943

سجاد رامندی، دکتری اقتصاد بهداشت، سرپرست معاونت فنی و توسعه بازار، شرکت بیمه دی، تهران، ایران

- Email: *s_ramandi@dayins.com*
- ORCID: 0000-0001-9505-0577
- Homepage: https://www.dayins.com

رحیم محمودوند، استادیار آمار، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

- Email: *r.mahmoudvand@basu.ac.ir*
- ORCID: 0000-0003-2157-0582
- Homepage: https://sci.basu.ac.ir/~r.mahmoudvand

HOW TO CITE THIS ARTICLE

Sepahvand, S.; Ramandi, S.; Mahmoudvand, R., (2022). Identifying customers' risk in auto insurance and calculating distorted insurance premiums. Iran. J. Insur. Res., 11(4): 321-338.

DOI: 10.22056/ijir.2022.04.05

URL: https://ijir.irc.ac.ir/article_147226.html?lang=en