



ORIGINAL RESEARCH PAPER

## A reflection on the loss ratio method in the automobile third party liability insurance loss reserving

F. Atatalab, A.T. Payandeh Najafabadi\*

Department of Actuarial Science, Faculty of Mathematical Sciences, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

### ARTICLE INFO

#### Article History:

Received 26 April 2021

Revised 24 August 2021

Accepted 25 October 2021

#### Keywords:

Loss reserve

Chain ladder

Claim development result

Mean square error of prediction

\*Corresponding Author:

Email: [amirpayandeh@sbu.ac.ir](mailto:amirpayandeh@sbu.ac.ir)

Phone: +9821 29903011

ORCID: [0000-0001-8894-0803](https://orcid.org/0000-0001-8894-0803)

DOI: [10.22056/ijir.2022.01.01](https://doi.org/10.22056/ijir.2022.01.01)

### ABSTRACT

**BACKGROUND AND OBJECTIVES:** To predict loss reserve using a stochastic approach and compare it with the proposed deterministic methods in the central insurance directive of the method of estimating and controlling the adequacy of loss reserves in the field of automobile third party liability insurance.

**METHODS:** This research is an applied-development study in terms of its objectives and is considered as an analytical study. In this paper, stochastic and definite methods are used to calculate the loss reserve. To evaluate the model, a loss data set of an Iranian insurance company in the period 2011 to 2019 is considered; using this data set as well as designing a run-off triangle generation algorithm, loss reserve was analyzed based on the studied models by R software. The run-off triangle generation algorithm designed in this paper has the ability to generate a double run-off triangle (triangles of number and amount of loss) simultaneously. In this paper, in addition to using common methods of back-testing the results, a solution is proposed to select the best reserving model based on the calculation of the uncertainty of consecutive triangles.

**FINDINGS:** Due to the definiteness of the proposed central insurance models, the use of stochastic approaches was emphasized in this paper. In the central insurance approach, it is not possible to calculate CDR and MSEF. These two criteria are very valuable in response to the insurance company's solvency and risk-based supervision. In this article, several loss reserve methods were used to show how the best method can be selected for loss reserve. The dynamic stochastic approach used in this paper allows insurance companies, in addition to estimating the reserve point, to determine the safe distance for it and thus save sufficient capital to fulfill their obligations.

**CONCLUSION:** The results of the calculations in this paper indicate that the method based on the loss ratio is biased and the results are not reliable for insurance companies. The simulation results also confirm the inadequacy of the method based on the damage ratio. The results of the study show that it is not possible to recommend a fixed and uniform method for all companies. It is the insurance company's duty to find the most appropriate method for its company and to introduce it to the supervisory body.





## مقاله علمی

# تأملی بر روش نسبت خسارت برای محاسبه ذخایر خسارت بیمه شخص ثالث اتومبیل

فاطمه عطاطلب، امیر تیمور پاینده نجف‌آبادی\*

گروه بیم‌سنجی، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

## اطلاعات مقاله

### تاریخ‌های مقاله:

تاریخ دریافت: ۰۶ اردیبهشت ۱۴۰۰

تاریخ داوری: ۰۲ شهریور ۱۴۰۰

تاریخ پذیرش: ۰۳ آبان ۱۴۰۰

### کلمات کلیدی:

ذخیره خسارت

نردبان‌نچیری

نتیجه توسعه خسارت

میانگین مربع خطای پیشگویی

## چکیده:

**پیشینه و اهداف:** این پژوهش با هدف پیشگویی ذخیره خسارت با استفاده از رویکرد تصادفی و مقایسه آن با روش قطعی پیشنهادی در دستورالعمل روش برآورد و کنترل کفایت ذخایر فنی رشته بیمه شخص ثالث اتومبیل بیمه مرکزی انجام شده است.

**روش‌شناسی:** این پژوهش از نظر هدف توسعه‌ای-کاربردی از نوع مطالعات تحلیلی محسوب می‌شود. از روش‌های تصادفی و قطعی جهت محاسبه ذخیره خسارت استفاده شده است. برای ارزیابی مدل، مجموعه داده‌های خسارت یک شرکت بیمه ایرانی در بازه ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۸ در نظر گرفته شده و با استفاده از این مجموعه داده‌ها و همچنین طراحی یک الگوریتم تولید مثلث خسارت، ذخیره خسارت بر اساس مدل‌های مورد بررسی به وسیله نرم‌افزار R تحلیل گردیده است. الگوریتم تولید مثلث خسارت طراحی شده قابلیت تولید مثلث خسارت دوگانه (تولید مثلث‌های تعداد و مبلغ خسارت) به صورت همزمان را دارد. در این مقاله، علاوه بر استفاده از روش‌های رایج پس‌آزمون کردن نتایج، راهکاری جهت انتخاب بهترین مدل ذخیره‌گیری بر اساس محاسبه عدم اطمینان مثلث‌های احتمالی پیشنهاد شده که به بیم‌سنج‌ها کمک می‌کند تا بهترین روش ذخیره‌گیری را بر اساس الگوی خسارت شرکت بیمه انتخاب کنند.

**یافته‌ها:** باتوجه به قطعی بودن مدل‌های پیشنهادی بیمه مرکزی، استفاده از رویکردهای تصادفی در این مقاله مورد تأکید قرار گرفت. در رویکرد بیمه مرکزی امکان محاسبه CDR و MSEP وجود ندارد. این دو معیار در پاسخ به عدم توانگری مالی و نظارت مبتنی بر ریسک شرکت بیمه بسیار ارزشمند می‌باشد. همچنین، از چند روش ذخیره‌گیری استفاده شد تا نشان داده شود به چه طریق می‌توان بهترین روش را برای ذخیره‌گیری خسارت انتخاب کرد. رویکرد تصادفی پویای مورد استفاده در این مقاله موجب می‌شود که شرکت‌های بیمه بتوانند علاوه بر برآورد نقطه‌ای ذخیره، فاصله اطمینانی نیز برای آن تعیین کنند و بدین ترتیب سرمایه کافی جهت ایفای تعهدات خود ذخیره نمایند.

نتیجه‌گیری: روش مبتنی بر نسبت خسارت آریبی زیادی دارد و نتایج آن برای شرکت‌های بیمه قابل اتکا نیست. نتایج شبیه‌سازی نیز مؤید نامناسب بودن روش مبتنی بر نسبت خسارت (دستورالعمل) می‌باشد. لذا، نمی‌توان یک روش ثابت و واحد را برای تمامی شرکت‌ها توصیه نمود و این وظیفه بیم‌سنج شرکت بیمه است که مناسب‌ترین روش را برای شرکت خود پیدا و به نهاد ناظر معرفی کند.

### \*نویسنده مسئول:

ایمیل: [amirtpayandeh@sbu.ac.ir](mailto:amirtpayandeh@sbu.ac.ir)

تلفن: ۰۳۰۱۱ ۲۹۹۰۳۰۱۱-۹۸۲۱

ORCID: 0000-0001-8894-0803

DOI: 10.22056/ijir.2022.01.01

توجه: مدت زمان بحث و انتقاد برای این مقاله تا ۱ آوریل ۲۰۲۳ در وب سایت IJIR در «نمایش مقاله» باز می‌باشد

استفاده از این رویکرد تصادفی پویا در پیشگویی ذخیره خسارت موضوعی است که تاکنون در ایران مطالعه نشده است.

اندازه‌گیری جریان‌ات نقد آتی و عدم اطمینان آن (خطای مدل) یکی از موارد بسیار مهم در توانگری II و استانداردهای گزارشگری (فاز دوم IFRS4) است. فاز دوم IFRS4 یک مدل حسابداری جدید بر مبنای ارزش بازاری تعهدات را برای بیمه‌گران تعریف کرده است. هیئت استاندارد حسابرسی بین‌المللی بیان می‌دارد که بیمه‌گران باید همه تعهدات بیمه‌گری خود (برای ذخیره‌گیری) را بر مبنای "بهترین برآورد" از جریان‌ات نقد محاسبه کنند (Antonio and Plat, 2014) لذا محاسبه دقیق ذخیره خسارت و عدم اطمینان و خطای مدل جهت قیمت‌گذاری بهینه محصولات بیمه‌ای و نگهداری سرمایه کافی برای بیمه‌گران ضروری است. در تحقیق حاضر جهت انتخاب مناسب‌ترین مدل ذخیره‌گیری خسارت استفاده از رویکرد MSEP متوالی پیشنهاد شده است. در روش پیشنهادی اطلاعات خسارت سال‌های مختلف بر حسب مثلث خسارت تنظیم می‌شود و هر بار با حذف سطر اول و افزودن یک سال حادثه جدید مثلث‌های ۵ ساله متوالی طراحی و مقدار عدم اطمینان محاسبه می‌شود. هر روشی که میانگین عدم اطمینان آن کوچکتر باشد مناسب‌تر خواهد بود. رویکرد فوق بر داده‌های واقعی چند شرکت بیمه ایرانی مورد آزمون قرار گرفت و با توجه به درستی نتایج بر مبنای داده‌های واقعی به‌عنوان یک رویکرد مناسب توصیه شده است.

ساختار مقاله در ادامه بدین صورت است که پس از مرور پیشینه پژوهش و مبانی نظری تحقیق، روش مناسب اندازه‌گیری عدم اطمینان و انتخاب مدل مناسب ارائه شده است. سپس، مثالی کاربردی با استفاده از داده‌های یک شرکت بیمه ایرانی و طراحی یک الگوریتم شبیه‌سازی تولید مثلث خسارت ارائه شده است. در نهایت، ضمن بررسی و تحلیل یافته‌های تحقیق و مقایسه نتایج حاصله با تحقیقات مرتبط، توصیه‌های کاربردی پیشنهاد شده است.

### مروری بر پیشینه پژوهش

در حوزه ذخیره‌گیری خسارت تحقیقات زیادی انجام شده که اغلب بر روش مثلث خسارت متمرکز شده‌اند. اما، در سال‌های اخیر به‌دلیل مقررات جدید توانگری، شرکت‌های بیمه علاقمند شده‌اند که بهترین برآورد را برای ذخیره خسارت ارائه نمایند. به‌علاوه، کمی‌سازی عدم اطمینان این برآوردها مورد توجه قرار گرفته است. اما دستیابی به این هدف، مستلزم استفاده از مدل‌های ذخیره‌گیری تصادفی است که نمونه‌هایی از آن توسط Taylor (2000)، Wüthrich and England and Verrall (2002) و Merz (2008) استفاده شده است.

البته، در توسعه مقررات توانگری، نهادهای ناظر به این نتیجه رسیده‌اند که رویکرد ایستای ذخیره‌گیری تصادفی باید به یک رویکرد پویا تبدیل شود. لذا جریانی از تحقیقات جدید شکل گرفت که هدف مشترک آنها ارائه یک مؤلفه پویا در فرمول عدم اطمینان نردبان زنجیری بدون توزیع Mack (1993) بود و از آن جمله می‌توان به Röhr (2016) و Merz and Wüthrich (2008) اشاره کرد.

یکی از وظایف اصلی شرکت‌های بیمه محاسبه هزینه‌های خسارت‌های مورد انتظار مربوط به جبران خسارت بیمه‌گذاران است. این کار ذخیره‌گیری خسارت نامیده می‌شود و از این حقیقت ناشی می‌شود که بیمه‌گران باید سرمایه کافی برای پوشش هزینه‌های خسارت در اختیار داشته باشند. به‌منظور اطمینان از این که شرکت‌های بیمه از عهده ایفای تعهداتشان برمی‌آیند الزامات خاصی توسط نهادهای ناظر بیمه‌ای تدوین شده است.

در سال ۱۳۹۷، بیمه مرکزی دستورالعمل روش برآورد و کنترل کفایت ذخایر فنی رشته بیمه شخص ثالث اتومبیل را به‌منظور ایجاد وحدت رویه در ارزیابی کفایت ذخایر فنی و اطمینان از تعهدات آتی مؤسسات بیمه تصویب نمود. در اتحادیه اروپا، بیمه‌گران از دستورالعمل توانگری II پیروی می‌کنند (دستورالعمل EC/2009/138). سطح اول این دستورالعمل به مبحث سرمایه الزامی توانگری می‌پردازد که از الزامات آن این است که شرکت‌های بیمه جهت پوشش خسارت‌هایشان، سرمایه ذخیره کنند. بر اساس این دستورالعمل احتمال آن که شرکت بیمه نتواند خسارت‌هایش را پوشش دهد باید کمتر از ۵/۰ درصد باشد. بنابراین، ضروری است که شرکت‌ها روش‌های مناسبی برای ذخیره‌گیری خسارت داشته باشند.

روش‌های مختلفی برای برآورد ذخیره خسارت وجود دارد که به‌طور کلی می‌توان آنها را به دو دسته قطعی و تصادفی تقسیم نمود. روش‌های قطعی صرفاً برآورد نقطه‌ای از ذخایر ارائه می‌کنند که برای اهداف حسابداری حائز اهمیت است. با رشد و توسعه شرکت‌های بیمه و ورود سرمایه‌گذاران و سهامداران به این صنعت، محاسبه دقیق و عادلانه سودزبان پورتفو برای هر سال مالی الزامی به‌نظر می‌رسد. از این‌رو، تخمین نقطه‌ای ذخایر برای بیم‌سنج‌ها جهت درک نوسانات احتمالی در ذخایر و تأثیر آن در صورت مالی شرکت بیمه کافی نیست. یک تغییر در ذخایر به‌میزان درصدی کوچک می‌تواند نتایج سالانه را از مثبت به منفی یا برعکس تغییر دهد. بنابراین مدیریت شرکت بیمه می‌خواهد اطمینان حاصل کند که ذخایر برآوردی توسط بیم‌سنج بهترین برآورد هستند.

لذا با توجه به اهمیت مسأله برآورد دقیق ذخیره خسارت و نقش آن در توانگری شرکت‌های بیمه، این مقاله سعی نمود که ذخیره خسارت رشته بیمه شخص ثالث اتومبیل را به روش پیشنهادی دستورالعمل بیمه مرکزی و با رویکرد مقررات بین‌المللی (توانگری II اتحادیه اروپا) محاسبه نماید. برای نیل به این هدف، در کنار مدل‌های قطعی دستورالعمل مذکور از مدل‌های تصادفی جهت برآورد نقطه‌ای ذخیره خسارت استفاده شد. به‌علاوه، با محاسبه خطای برآورد، میزان عدم اطمینان ناشی از ذخیره خسارت نیز محاسبه گردید.

بیمه‌گران با استفاده از روش‌های ذخیره‌گیری تصادفی، می‌توانند میزان نوسان بهترین برآورد تعهداتشان را ارزیابی نمایند. این نوسان که آن را نتیجه توسعه خسارت می‌نامند، تفاضل دو پیشگویی خسارت نهایی کل می‌باشد. نتیجه این نوسان به‌صورت سود یا زیان است که نشان‌دهنده کفایت یا عدم‌کفایت ذخیره خسارت شرکت بیمه است.

### مبانی نظری پژوهش

یکی از راه‌های طبقه‌بندی داده‌ها استفاده از مثلث توسعه خسارت است که نشان‌دهنده تعداد/مقدار خسارات پرداختی است. نمایش معمول داده‌ها بر حسب سال حادثه و سال توسعه است که در جدول ۱ نشان داده شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود این جدول به صورت مثلثی است که به آن مثلث توسعه خسارت می‌گویند. از نماد  $i$  برای نمایش سال‌های حادثه استفاده می‌شود. برای هر سال حادثه، تأخیرهای توسعه پرداخت خسارت را با نماد  $j$  نشان می‌دهیم و  $j = 0, \dots, J$ ;  $i = 1, \dots, I$  و  $J < I$  برای همه  $i, j$ . نماد  $C_{i,j}$  نشان‌دهنده پرداخت‌های تجمعی تا زمان توسعه  $j$  برای تمامی خسارت‌هایی است که در سال حادثه  $i$  اتفاق افتاده‌اند. اگر  $i + j \leq I$  آنگاه  $C_{i,j}$  نشان‌دهنده مشاهدات است و برای  $i + j > I$  مقادیر  $C_{i,j}$  باید پیشگویی شوند. نماد  $Y_{i,j}$  نشان‌دهنده نموهای خسارت است و  $C_{i,j} = \sum_{k=1}^j Y_{i,k}$

جدول ۱: مثلث توسعه خسارت (Wüthrich and Merz, 2008)

سال توسعه	۰	۱	۲	...	J
سال حادثه					
۱		مشاهدات			
۲		$C_{1,j}, Y_{1,j} (1+j \leq I)$			
۳			$C_{2,j}, Y_{2,j} (2+j \leq I)$		
...					
I					پیش‌بینی شده

تأملی تئوریک با نگاه بیم‌سنجی به روش‌های پیشنهادی بیمه مرکزی

طبق دستورالعمل کفایت ذخایر فنی بیمه مرکزی، مؤسسات بیمه موظفند تعهدات آتی خود در رشته بیمه شخص ثالث را به یکی از روش‌های تعیین شده به شرح جدول ۲ برآورد نمایند:

جدول ۲: روش‌های پیشنهادی بیمه مرکزی جهت محاسبه ذخیره خسارت (Central Insurance of the Islamic Republic of Iran, 2018)

روش‌های مجاز	رشته بیمه شخص ثالث
نردبان‌زنجیری	شرکت‌های با سابقه فعالیت بیش از ۵ سال
مبتنی بر نسبت خسارت	
ضریب خسارت مورد انتظار	شرکت‌های بیمه با سابقه فعالیت کمتر از ۵ سال

این مقاله بر روش‌های محاسبه ذخیره خسارت برای شرکت‌های بیمه با سابقه بیش از پنج سال تمرکز نموده است. بر اساس دستورالعمل مذکور، تعاریف روش‌های نردبان‌زنجیری و مبتنی بر نسبت خسارت به شرح زیر است:

روش نردبان‌زنجیری: روشی است که با استفاده از مثلث خسارت

(2017) Omrani and Faghihi Habibabadi با استفاده از

روش پواسون نشان‌دار به محاسبه ذخیره خسارت بیمه شخص ثالث اتومبیل در سطح خرد پرداخته‌اند. اساس کار آنها در نظر گرفتن جزئیات اطلاعات در محاسبه ذخایر در بازه زمانی بین وقوع خسارت تا زمان تسویه نهایی در یک دوره زمانی مشخص بود و نشان دادند که هرچه بازه زمانی محاسبه ذخیره خسارت کوچکتر باشد (در سطح روزانه)، مقدار ذخیره برآورد شده به مقدار واقعی نزدیک‌تر است. (2015) Karimi به مقایسه بوت‌استرپ بیزی و بوت‌استرپ کلاسیک در روش نردبان زنجیری پرداخته و نشان داد اگرچه نتایج حاصل از روش‌های مورد مطالعه حاکی از تولید حدود خطای بیشتر در ذخیره است. اما یک تقریب تجربی دقیق از توزیع کامل خسارت‌های تجمعی نهایی فراهم می‌کند. (2014) Payandeh Najafabadi and Abedin Khan از رویکرد بیزی در محاسبه ذخایر فنی در روش نردبان زنجیری استفاده کرده‌اند. آنها با ترکیب دو روش کلاسیک و بیزی راهکار جدیدی جهت بهبود برآورد عوامل توسعه ارائه داده‌اند. یافته‌های این مطالعه نشان داد تحت شرایط خاص روی میزان خسارات با توزیع اولیه و تابع زیان، برآوردهای مدل نردبان زنجیری در چارچوب بیزی با برآوردهای مدل کلاسیک نردبان زنجیری یکسان است.

(2020) Badounas and Pitselis ذخیره خسارت را با استفاده

از مثلث‌های همبسته در مدل رگرسیون چندکی برای داده‌های طولی محاسبه کرده‌اند. (2020) Atatalab and Payandeh Najafabadi تعداد و مبلغ خسارت‌های آتی IBNR را با در نظر گرفتن احتمال تأخیر در اعلام خسارت در سطح ماهانه و با استفاده از توزیع گاما آمیخته آماسیده در صفر پیش‌بینی کرده‌اند. از مزایای روش مورد استفاده آنان این است که پیش‌بینی تعهدات آتی تا هر زمانی در آینده را امکان‌پذیر می‌کند و مدل پیش‌بینی صرفاً در چارچوب مثلث خسارت نیست. (2013) Miranda et al., مدل نردبان زنجیری دوگانه را بر مبنای دو مثلث خسارت برای تعداد و مبلغ خسارت‌های پرداختی پیشنهاد کرده‌اند. (2011) Kuang et al. مدل نردبان زنجیری را بر اساس اثر تقویمی و با استفاده از تحلیل سری زمانی برای پیش‌بینی این اثرات توسعه داده‌اند. (2003) Wüthrich از مدل توزیع گاما برای سلول‌های خسارت استفاده کرد که به ایجاد مدل پواسون مرکب توئیدی منجر شد.

محققان زیادی نیز با رویکردهای مختلف به محاسبه عدم اطمینان پرداخته‌اند. به‌عنوان نمونه، (2020) Lindholm et al. میانگین مربع خطای پیش‌بینی شرطی را با مشروط کردن اطلاعات تا زمان پیش‌بینی برآورد کرده‌اند. (2008) Gisler از رویکرد بیزی برای محاسبه خطای روش نردبان زنجیری استفاده کرده است. (2006) Buchwalder et al. میانگین مربع خطای پیش‌بینی شرطی مدل نردبان زنجیری را با استفاده از سری زمانی پیش‌بینی کرده‌اند.

خسارت تحقق نیافته به حق بیمه محاسبه می‌شود.

بر اساس تبصره ۳ ماده ۳ اصلاح دستورالعمل بیمه مرکزی در سال ۱۴۰۰، تعهدات برآورد شده، با میانگین هندسی نرخ بازده حسابداری سرمایه‌گذارها برای دوره ۵ ساله منتهی به سال مالی مورد نظر (با احتساب مطالبات و به‌صورت سالانه) تنزیل می‌گردد. در این تحقیق، با توجه به این که محبت تنزیل با مبانی بیم‌سنجی مرتبط نیست، از ورود به آن خودداری شده است.

در روش مبتنی بر نسبت خسارت با توجه به عدم استفاده از عامل توسعه نمی‌توان مقادیر بخش پایین مثلث را برآورد نمود و صرفاً ذخیره سالانه و ذخیره کل محاسبه می‌شود. در کلیه روش‌های ذخیره‌گیری مورد مطالعه پیشگویی بخش پایین مثلث امکان‌پذیر است و می‌توان از آن برای محاسبه سرعت پرداخت خسارت، سود/زیان توسعه خسارت یک ساله (برای هدف تست کفایت ذخیره) و سود/زیان توسعه خسارت چند ساله (برای خودارزیابی ریسک و توانگری) استفاده نمود. خودارزیابی ریسک و توانگری برای اهداف مدیریت ریسک شرکت‌های بیمه به کار می‌رود و از حوزه مطالعه این مقاله خارج است.

هر دو روش پیشنهادی در دستورالعمل فوق صرفاً به برآورد نقطه‌ای ذخیره خسارت می‌پردازند. بدین ترتیب امکان محاسبه خطای برآورد و در نتیجه آن، محاسبه فاصله اطمینان برای پیشگویی ذخیره و همچنین محاسبه سود/زیان توسعه خسارت وجود ندارد. در ادامه تلاش شده با در نظر گرفتن مفروضات و پیشنهاد عامل توسعه، امکان برآورد نمودهای پایین مثلث خسارت و محاسبه خطای برآورد فراهم شود تا کارایی روش بهبود یابد.

مفروضات روش مبتنی بر نسبت خسارت اصلاحی:

۱. برای سال‌های حادثه مختلف، نمودهای خسارت  $Y_{i,j}$  مستقل از هم هستند.
۲. پارامترهای  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{I-1}$  وجود دارند و

$$E\left(\frac{Y_{i,j}}{P_i}\right) = \frac{E(Y_{i,j})}{P_i} = \beta_j ; j = 0, 1, \dots, I-1 \quad (4)$$

که در آن  $P_i$  نشان‌دهنده حق بیمه است.  $\beta_j$  نسبت نمودهای خسارت مورد انتظار نامیده می‌شود و از رابطه زیر برآورد می‌شود:

$$\beta_j = \frac{\sum_{i=1}^{I-j} Y_{i,j}}{\sum_{i=1}^{I-j} P_i} \quad (5)$$

این نسبت را می‌توان به صورت میانگین وزنی از نمودهای نسبت خسارت برای سال توسعه  $j$  با نسبت وزن معیار سال حادثه (حق بیمه) نوشت:

و بر مبنای روند خسارات، تعهدات آتی مؤسسه بیمه را برآورد میکند. روش مبتنی بر نسبت خسارت: روشی است که با استفاده از مثلث خسارت و بر مبنای متوسط نسبت خسارت در دوره‌های مورد بررسی تعهدات آتی مؤسسه بیمه را برآورد می‌کند.

مفروضات روش نردبان زنجیری کلاسیک

$C_{i,j}$  در سال‌های حادثه  $i$  مستقل از هم هستند.

عوامل توسعه (تأخیر)  $f_0, \dots, f_{I-1} > 0$  برای تمام  $0 \leq i \leq I$

و  $0 \leq j \leq J$  به‌گونه‌ای که:

$$E[C_{i,j}|C_{i,0}, \dots, C_{i,j-1}] = E[C_{i,j}|C_{i,j-1}] = f_{j-1}C_{i,j-1} \quad (1)$$

ایده الگوریتم نردبان زنجیری این است که همه سال‌های حادثه رفتارهای مشابهی دارند و مبلغ خسارت‌های تجمعی به‌طور تقریبی از حاصل ضرب مبلغ خسارت تجمعی سال توسعه قبل در عامل توسعه به‌دست می‌آید. برای برآورد عامل توسعه در مدل نردبان زنجیری روش‌های مختلفی وجود دارد. یکی از روش‌های رایج که برآوردگری ناریب و ناهمبسته به‌دست می‌دهد استفاده از رابطه  $\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j}}$  است.

دومین روش پیشنهادی توسط بیمه مرکزی؛ روش مبتنی بر نسبت خسارت در چارچوب مثلث خسارت است. بر اساس دستورالعمل بیمه مرکزی، شرکت‌های بیمه موظفند اطلاعات عددی را در فایل اکسل که توسط این نهاد تهیه شده وارد و نتیجه را گزارش کنند. در این ادامه، اکسل مذکور به‌صورت تئوری و فرمولی ارائه شده است. در این روش فرض می‌شود که  $Y_{i,j}$ ها نمودهای خسارت  $P_i$  و نشان‌دهنده حق بیمه مربوط به سال حادثه  $i$  باشد. برای استفاده از این روش ابتدا مثلث نسبت خسارت را تشکیل داده و نمودهای این مثلث از نسبت  $\frac{Y_{i,j}}{P_i}$  به‌دست می‌آیند. سپس متوسط نسبت خسارت پرداختی به حق بیمه صادره محاسبه که با نشان داده شده است:

$$\mu_j = \frac{1}{I-j} \sum_{i=1}^{I-j} \frac{Y_{i,j}}{P_i} \quad (2)$$

در گام بعد باید مقدار تجمعی محاسبه شود و پس از آن درصد تحقق نیافته خسارت به حق بیمه محاسبه گردد. به‌طور ساده می‌توان این درصد را با استفاده از رابطه زیر محاسبه کرد:

$$\text{درصد خسارت تحقق نیافته به حق بیمه} = \sum_{k=j+1}^{I-1} \mu_k \quad (3)$$

مقدار ذخیره سالانه از حاصل ضرب حق بیمه سالانه در درصد

$$\begin{aligned}
 E[(\hat{R}_i - R_i)^2] &= var(\hat{R}_i - R_i) \\
 &= var\left(\sum_{k=i-1}^I (\hat{Y}_{i,j} - Y_{i,j})\right) \\
 &= \sum_{k=i-1}^I \sum_{l=i-1}^I cov((\hat{Y}_{i,k} - Y_{i,k}), (\hat{Y}_{i,l} - Y_{i,l})) \\
 &= \sum_{k=i-1}^I \sum_{l=i-1}^I (cov((\hat{Y}_{i,k}, \hat{Y}_{i,l}) + cov(Y_{i,k}, Y_{i,l}))) \\
 &= \sum_{k=i-1}^I P_i^2 \left(\frac{1}{\sum_{h=1}^{I-k} P_h} + \frac{1}{P_i}\right) \sigma_k^2
 \end{aligned} \tag{۱۳}$$

پارامتر واریانس،  $\sigma_k^2$  با استفاده از قضیه گاوس-مارکوف (Gauss-Markov Theorem) به دست می‌آید و برابر است با:

$$\sigma_k^2 = \frac{1}{I-k} \sum_{i=1}^{I-k} P_i \left(\frac{Y_{i,k}}{P_i} - \hat{\beta}_k\right)^2 \tag{۱۴}$$

لازم به ذکر است که مقدار ذخیره کل از فرمول زیر قابل محاسبه است:

$$\hat{R} = \sum_{i=1}^I P_i \sum_{k=i-1}^{I-1} \hat{\beta}_k \tag{۱۵}$$

و میزان خطای آن از فرمول به شرح زیر است:

$$E[(R - \hat{R})^2] = \sum_{k=1}^{I-1} \left(\sum_{i=k+1}^I P_i\right)^2 \left(\frac{1}{\sum_{h=1}^{I-k} P_h} + \frac{1}{\sum_{h=k+1}^I P_h}\right) \sigma_k^2 \tag{۱۶}$$

روش نردبان زنجیری تصادفی

یکی از نقاط ضعف روش نردبان زنجیری کلاسیک، الگوریتم قطعی بودن آن است لذا نمی‌توان میزان عدم اطمینان پیشگویی را در آن برآورد کرد. جهت رفع این نقیصه، مدل‌های تصادفی در الگوریتم نردبان زنجیری توسعه یافتند. در بین روش‌های مورد مطالعه، استفاده از مدل نردبان زنجیری مک رایج‌تر است. از مزایای این روش سادگی و بدون توزیع بودن آن است، یعنی کارکردن با آن به فرضیات زیادی نیاز ندارد و نتایج آن نیز مشابه نردبان زنجیری می‌باشد. با توجه به این

$$\beta_j = \sum_{i=1}^{I-j} \frac{P_i}{\sum_{h=1}^{I-j} P_h} \frac{Y_{i,j}}{P_i} \tag{۶}$$

بنابراین، برای هر سال حادثه  $i$  و سال توسعه  $j$  که  $i+j \geq I+1$ ، نمونه‌های آتی نسبت خسارت،  $Y_{i,j}$ ، از رابطه  $E(Y_{i,j}) = P_i \beta_j$  به دست می‌آید.

پس از محاسبه ذخیره خسارت یکی از کارهایی که باید انجام شود محاسبه میزان خطای مدل است. یکی از روش‌های رایج برای محاسبه خطا استفاده از روش حداقل مربعات است. در قضیه زیر نتایج محاسبه خطای روش نسبت خسارت ارائه شده است.

قضیه ۱. فرض کنید مفروضات روش مبتنی بر نسبت خسارت برقرار باشد در این صورت برای هر مقدار ذخیره سالانه از فرمول زیر به دست می‌آید:

$$\hat{R}_i = P_i \sum_{k=i-1}^{I-1} \hat{\beta}_k \tag{۷}$$

میزان خطای مدل برای ذخیره سالانه از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E[(\hat{R}_i - R_i)^2] = P_i^2 \sum_{k=i-1}^I \left(\frac{1}{\sum_{h=1}^{I-k} P_h} + \frac{1}{P_i}\right) \sigma_k^2 \tag{۸}$$

برهان:

با استفاده از مفروضات مدل، مقدار ذخیره سالانه از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\hat{R}_i = P_i \sum_{k=i-1}^{I-1} \hat{\beta}_k \tag{۹}$$

و

$$\hat{\beta}_k = \left(\sum_{h=1}^{I-k} P_h\right)^{-1} \sum_{i=1}^{I-k} Y_{i,k} \tag{۱۰}$$

در خصوص خطای برآورد فرض کنید:

$$cov(Y_{i,k}, Y_{j,l}) = P_i \sigma_k^2 \delta_{i,j} \delta_{k,l} \tag{۱۱}$$

$$cov(\beta_k, \beta_l) = P_i \sigma_k^2 \delta_{k,l} \tag{۱۲}$$

برای اثبات عبارت کوواریانس به لم‌های ۳.۱ و ۳.۲ مقاله (Ludwig and Schmidt 2011) مراجعه شود.

$$\widehat{\text{mse}}_{C_{i,j}|\mathcal{F}_t}(\hat{C}_{i,j}) = E[(C_{i,j} - \hat{C}_{i,j})^2 | \mathcal{F}_t] = \text{Var}(C_{i,j}|\mathcal{F}_t) + (E(C_{i,j}|\mathcal{F}_t) - \hat{C}_{i,j})^2 \quad (21)$$

که در آن  $\mathcal{F}_t$  سیگما میدانی از اطلاعات موجود درباره خسارت‌های پرداختی تا زمان  $t$  باشد ( $t$  نشان‌دهنده سال مالی است که محاسبات در آن زمان انجام می‌شود). عبارت اول و دوم در رابطه بالا به ترتیب واریانس فرایند و خطای برآورد پارامتر هستند. پس از محاسبه  $\widehat{\text{mse}}$ ، فاصله اطمینان در سطح ۹۵٪ برای ذخیره خسارت پیشگویی شده بر اساس رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\hat{C}_{i,j} \pm 1/96 \sqrt{\widehat{\text{mse}}_{C_{i,j}|\mathcal{F}_t}(\hat{C}_{i,j})} \quad (22)$$

در سطح اطمینان ۹۵٪ مقدار آماره نرمال استاندارد ۹۶/۱ است. از فاصله اطمینان پیشگویی ذخیره خسارت برای بررسی دقت پیشگویی نقطه‌ای استفاده می‌شود و براساس آن بررسی می‌شود که آیا خسارت پرداختی واقعی در فاصله اطمینان برآوردی فوق قرار دارد یا ندارد.

#### نتیجه توسعه خسارت

مطالعه میانگین مربع خطای پیشگویی شرطی خسارت نهایی در روش نردبان زنجیری تصادفی یک دیدگاه بلندمدت است و در آن کل مثلث خسارت در نظر گرفته می‌شود. این دیدگاه در ذخیره‌گیری خسارت برای توانگر ماندن شرکت بیمه در بلندمدت بسیار حائز اهمیت است و تقریباً همه روش‌های ذخیره‌گیری خسارت تصادفی که تاکنون معرفی شده‌اند بر همین دید بلندمدت تمرکز کرده‌اند. اکنون ما بر دیدگاه مهم دیگری که کوتاه‌مدت نامیده می‌شود تمرکز می‌کنیم. این دیدگاه کوتاه‌مدت به دلایل زیر حائز اهمیت است:

اگر رفتار کوتاه‌مدت مناسب نباشد، شرکت در بلندمدت توانگری مالی خود را از دست خواهد داد.

دیدگاه کوتاه‌مدت با تصمیمات مدیریتی مرتبط است مانند فعالیت‌هایی که به‌طور ادواری انجام می‌شوند.

از طریق گزارشات و صورت‌های مالی سالانه، عملکرد کوتاه‌مدت شرکت برای مقررات‌گذاران، مشتریان، سرمایه‌گذاران، مؤسسات رتبه‌بندی، بازار سهام و غیره حائز اهمیت است. در نهایت این امر بر توانگری مالی و اعتبار شرکت در بازار بیمه تأثیر دارد.

در ذخیره‌گیری خسارت هرچه اطلاعات بیشتری در طول زمان در دسترس باشد می‌توان پیشگویی را به‌طور پیوسته به‌روزرسی کرد (Wüthrich and Merz, 2015). بر اساس رویکرد توانگری  $\alpha$ ، به ذخیره خسارت باید به‌صورت فرآیندی پویا نگریسته شود و با ورود اطلاعات جدید به‌طور پیوسته، پیشگویی بهبود یابد. یکی از شیوه‌های بهبود پیشگویی، محاسبه نتیجه توسعه خسارت است. نتیجه توسعه خسارت در صورت مالی شرکت بیمه در پایان سال مالی ظاهر می‌شود

که این روش بر اساس یک مدل تصادفی بنا شده است، این امکان را می‌دهد که خطای پیشگویی و نتیجه توسعه خسارت (Mean Square Error of Prediction (MSEP)) برآورد شود. با توجه به اهمیت برآورد خطای پیشگویی و نتیجه توسعه خسارت در توانگری شرکت‌های بیمه، ما به‌جای روش نردبان‌زنجیری کلاسیک از روش نردبان‌زنجیری تصادفی استفاده می‌کنیم.

#### مفروضات روش نردبان زنجیری تصادفی

۱. برای سال‌های حادثه مختلف  $C_{i,j}$  مستقل از هم هستند.  
 ۲. عوامل توسعه مثبت  $f_0, \dots, f_{j-1}$  وجود دارد به‌گونه‌ای که برای همه  $1 \leq i \leq I$  و  $0 \leq j \leq I-1$ ، امید شرطی خسارت‌ها، که نشان‌دهنده بهترین برآورد از خسارت‌های آتی است از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$E[C_{i,j} | C_{i,0}, \dots, C_{i,j-1}] = E[C_{i,j} | C_{i,j-1}] = f_{j-1} C_{i,j-1} \quad (17)$$

۳. انحراف استاندارد  $\sigma_j > 0$  برای همه  $1 \leq i \leq I$  و  $0 \leq j \leq I-1$  وجود دارد به‌گونه‌ای که:

$$\text{Var}(C_{i,j} | C_{i,j-1}) = \sigma_{j-1}^2 C_{i,j-1} \quad (18)$$

$\sigma_j$  بیانگر نوسان سال توسعه خسارت است و به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\sigma_j^2 = \frac{1}{I-j-1} \sum_{i=1}^{I-j-1} C_{i,j} \left( \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} - f_j \right)^2 \quad (19)$$

ذخیره خسارت مورد انتظار سالانه روش نردبان‌زنجیری از رابطه زیر برآورد می‌شود:

$$\hat{R}_i = \hat{C}_{i,j} - C_{i,j} = C_{i,I-i} \prod_{k=I-i}^{j-1} \hat{f}_k ; \forall i+j > I \quad (20)$$

و برآورد کل مقدار ذخایر برابر است با  $\cdot R = \sum_{i=1}^I \hat{R}_i$

#### میانگین مربع خطای پیشگویی

##### (Mean Square Error of Prediction (MSEP))

ذخیره‌گیری به روش نردبان‌زنجیری تصادفی یک پیشگویی‌کننده نقطه‌ای برای خسارت‌های آتی است. میزان عدم اطمینان با استفاده از روش میانگین مربع خطا محاسبه می‌شود. با استفاده از این عدم اطمینان می‌توان یک فاصله اطمینان برای ذخیره محاسبه نمود.

نحوه محاسبه میانگین مربع خطای پیشگویی شرطی روش نردبان‌زنجیری در فصل سوم کتاب (Wüthrich and Merz, 2008) ارائه شده است. تحت روش ذخیره‌گیری نردبان‌زنجیری تصادفی، پیشگویی ذخیره نهایی با نشان داده می‌شود و میانگین مربع خطای

لم ۲. تحت روش نردبان زنجیری تصادفی، اگر  $f_j$  ها معلوم باشند آن‌گاه امید شرطی  $E(C_{i,j}|\mathcal{F}_t)$  معلوم است و به‌عنوان پیشگویی‌کننده برای در زمان  $t+1$  است. به‌طور مشابه در زمان  $t+1$  امید شرطی  $E(C_{i,j}|\mathcal{F}_{t+1})$  پیشگویی‌کننده برای خواهد بود. در این‌صورت، عبارت خطای برآورد از فرمول (۲۱) حذف می‌شود و عدم اطمینان پیشگویی از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \text{MSEPCDR}_i(I+1)|\mathcal{F}_t(0) &= \text{Var}(\text{CDR}_i(I+1)|\mathcal{F}_t) \\ &= E(C_{i,j}|\mathcal{F}_t)^2 \frac{\sigma_{I-1}^2 / f_{I-1}^2}{C_{i,I-1}} \end{aligned} \quad (27)$$

### روش‌شناسی پژوهش

این تحقیق از دیدگاه هدف توسعه‌ای-کاربردی است و از نوع مطالعات تحلیلی محسوب می‌شود. در این مقاله از روش‌های تصادفی و قطعی جهت محاسبه ذخیره خسارت استفاده شده است. روش‌های مورد استفاده شامل روش نردبان زنجیری کلاسیک و تصادفی، روش مبتنی بر نسبت خسارت دستورالعمل بیمه مرکزی و روش نسبت خسارت اصلاحی پیشنهادی است. از نظر نوع داده‌ها، مقاله حاضر در حیطه پژوهش‌های کمی دسته‌بندی می‌شود. برای ارزیابی مدل، مجموعه داده‌های خسارت یک شرکت بیمه ایرانی در بازه ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۸ در نظر گرفته شده است؛ با استفاده از این مجموعه داده‌ها و همچنین طراحی یک الگوریتم تولید مثلث خسارت، ذخیره خسارت بر اساس مدل‌های مورد بررسی به‌وسیله نرم‌افزار R تحلیل گردید. الگوریتم تولید مثلث خسارت طراحی شده قابلیت تولید مثلث خسارت دوگانه (تولید مثلث‌های تعداد و مبلغ خسارت) به‌صورت همزمان را دارد. علاوه بر استفاده از روش‌های رایج پس‌آزمون کردن نتایج، راهکاری جهت انتخاب بهترین مدل ذخیره‌گیری بر اساس محاسبه عدم اطمینان مثلث‌های متوالی پیشنهاد شده که به بیم‌سنج‌ها کمک می‌کند تا بهترین روش ذخیره‌گیری را بر اساس الگوی خسارت شرکت بیمه انتخاب کنند.

### نتایج و بحث

مثال کاربردی با استفاده از داده واقعی

در جدول ۳ نحوه توسعه مبلغ خسارت طی سال‌های ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۴ برای شرکت بیمه مورد مطالعه آورده شده است. بخش پایین مثلث که به‌صورت رنگی نشان داده شده، مقادیری است که می‌خواهیم پیشگویی کنیم. همچنین جهت انجام محاسبات مربوط به روش نسبت خسارت به حق بیمه مربوط به هر سال حادثه‌نیاز است که این مقادیر در ستون سمت چپ جدول ۳ آورده شده است.

و اثر مستقیمی بر قدرت مالی یک شرکت بیمه دارد. سرمایه الزامی توانگری بر اساس ارزش در معرض خطر (Value-at-Risk (VaR)) و جوه تحت مالکیت یک شرکت بیمه در سطح اطمینان ۹۹.۵٪ در افق زمانی یکساله محاسبه می‌شود:

$$p = \Pr(L(\text{CDR}) \leq \text{VaR}) = 99.5\% \quad (23)$$

که در آن  $L$  تابع خسارت و  $L(\text{CDR}) = \text{CDR}$  است (Li, 2017). جهت یافتن توزیع احتمال، بر اساس سه گام زیر عمل می‌کنیم:  
گام ۱: بر اساس اطلاعات سال  $t$ -ام ذخیره خسارت  $\hat{R}_t^I$  برای سال حادثه  $t$  محاسبه می‌شود.  
گام ۲: تولید خسارت پرداختی  $X_{i,I-t+1}$  در سال آینده برای هر سال حادثه.

گام ۳: محاسبه ذخیره خسارت  $\hat{R}_t^{I+1}$  برای سال حادثه  $t$ -ام بر اساس اطلاعات سال  $t+1$ -ام.  
فرض کنید که خسارت نهایی در سال  $t$  برای سال حادثه  $t$ -ام بر اساس امید شرطی زیر محاسبه شود:

$$C_{ij}^I = E(C_{i,j}|\mathcal{F}_t) = C_{i,I-1} \prod_{j=I-1}^{I-1} f_j \quad (24)$$

بنابراین، مقدار ذخیره خسارت در سال مالی  $t$  برای سال حادثه  $t$  برابر  $\hat{R}_t^I = C_{ij}^I - C_{i,I-1}$  خواهد بود. در سال مالی  $t+1$ ، اطلاعات جدیدی در خصوص خسارت کسب می‌شود که آن را با  $\mathcal{F}_{t+1}$  نشان می‌دهیم. بنابراین امید شرطی  $E(C_{i,j}|\mathcal{F}_{t+1}) = C_{i,I-1} \prod_{j=I-1}^{I-1} f_j$  خواهد بود و مقدار پیشگویی به‌روزرسانی شده برای در زمان  $t+1$  خواهد بود و مقدار ذخیره برابر با  $\hat{R}_t^{I+1} = \hat{C}_{ij}^{I+1} - C_{i,I-1}$  است.  
تعریف ۱ (نتیجه توسعه خسارت). با فرض در اختیار داشتن اطلاعات تا سال  $t$  و  $t+1$ ، تحت روش ذخیره‌گیری نردبان زنجیری تصادفی، ذخیره خسارت برآورد شده برای سال‌های مذکور به ترتیب  $\hat{R}_t^I$  و  $\hat{R}_t^{I+1}$  خواهد بود. به علاوه فرض کنید که گشتاور دوم خسارت‌های تجمعی برای تمام  $t$  و  $i$  متناهی باشد. نتیجه توسعه خسارت برای سال حادثه  $t$  در سال مالی  $[t, t+1]$  به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{CDR}_i(I+1) &= E(\hat{R}_t^I|\mathcal{F}_t) - (Y_{i,I-t+1} + E(\hat{R}_t^{I+1}|\mathcal{F}_{t+1})) \\ &= E(\hat{C}_{ij}|\mathcal{F}_t) - E(\hat{C}_{ij}|\mathcal{F}_{t+1}) \end{aligned} \quad (25)$$

که در آن  $Y_{i,I-t+1} = C_{i,I-t+1} - C_{i,I-1}$  نمونه‌های پرداخت‌ها هستند (Wüthrich and Merz, 2015). اگر حاصل عبارت فوق منفی باشد نشان‌دهنده زیان و در صورت مثبت بودن نشان‌دهنده سود است. لم ۱. تحت فرض  $E(C_{ij}^2) < \infty$ ، نتیجه توسعه خسارت دارای خواص زیر است:



چهارم جدول ۵ درج شده است. در ستون آخر جدول مذکور نسبت جذر میانگین مربع خطای پیشگویی شرطی نتیجه توسعه خسارت به ذخیره کل با استفاده از رابطه زیر محاسبه شده است:

$$\frac{\sqrt{msep_{CDR_i(I+1)|F_t}(0)}}{\sqrt{msep_{R_I|F_t}(\hat{R}_I)}} \quad (28)$$

که در آن  $\hat{R}_I$  نشان‌دهنده مقدار ذخیره کل پیشگویی است. رابطه فوق نشان می‌دهد چه نسبتی از جذر عدم اطمینان کل مربوط به سال مالی  $I+1$  است. این نسبت برای روش نردبان زنجیری تصادفی ۸۹٪ است. دلیل این مقدار بالا این است که اطلاعات قطر  $I+1$  در مثلث توسعه خسارت حاوی بخش بسیار زیادی از اطلاعات در مورد ریسک‌های مثلث خسارت است. پیشگویی مبلغ ذخیره خسارت برای سال مالی آتی (قطر  $I+1$  مثلث خسارت) برابر ۱۹۳۵۱۰ میلیون ریال می‌باشد که تقریباً ۵۹٪ کل ذخیره خسارت است. این بدین معنی است که سرعت تسویه خسارت در شرکت بیمه مورد بررسی نسبتاً بالا است و عدم اطمینان مثلث خسارت به سرعت کاهش می‌یابد. محاسبات این روش با استفاده از پکیج ChainLadder در نرم‌افزار R انجام شده است.

جدول ۵: پیشگویی ذخیره خسارت، MSEP و CDR به روش CL تصادفی

سال حادثه	ذخیره	Total $\gamma$ /MSEP $\gamma$	CDR $\gamma$ /MSEP $\gamma$	نسبت $\gamma$ /CDR/Total MSEP $\gamma$
۱	۰	۰	۰	۰
۲	۶۶۷۸	۳۷۹۷/۵۷۸	۳۷۹۷/۵۷۸	۱
۳	۱۶۶۵۱	۷۷۴۲/۳۹۵	۷۲۱۴/۱۷۰	۰/۹۳۱۷۷۴۹۸۷
۴	۶۵۴۳۱	۲۰۳۸۲/۹۳۵	۱۸۳۸۴/۶۸۶	۰/۹۰۱۹۶۴۶۰۹
۵	۲۴۰۰۴	۴۹۹۲۶/۶۳۳	۴۳۵۲۹/۸۵۹	۰/۸۷۱۸۷۶۵۱۹
کل	۳۲۸۷۶۳	۶۲۹۴۰/۷۷۸	۵۶۰۸۱/۷۴۶	۰/۸۹۱۰۲۴۰۳۵

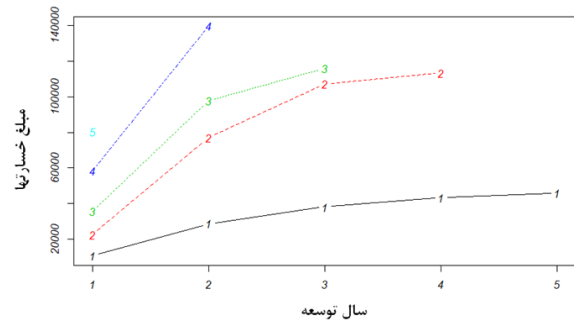
در روش مبتنی بر نسبت خسارت (دستورالعمل) ابتدا باید مثلث نمودارهای نسبت خسارت را تشکیل داد. برای این منظور باید مبالغ خسارت در هر سلول جدول ۳ را بر حق‌بیمه سالانه تقسیم کرد. سپس درصد خسارت تحقق‌نیافته به حق‌بیمه محاسبه نمود و از ضرب حق‌بیمه سالانه در این درصد تحقق‌نیافته مقدار ذخیره خسارت سالانه و ذخیره کل برآورد گردد. در نهایت در جدول ۶ مقدار ذخیره مبلغ خسارت روش‌های مورد مطالعه ارائه شده است:

جدول ۳: نموای مبلغ خسارت‌های پرداختی در سال‌های ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۴ (ارقام به میلیون ریال)

حقیقه	سال حادثه	سال تأخیر			
		۰	۱	۲	۳
۴۳۸۹	۱	۱۰۳۸۲	۱۸۲۱۳	۹۴۳۰	۵۳۱۴
۴۳۲۲	۲	۲۲۳۵۶	۵۴۶۹۳	۳۰۱۸۱	۶۳۱۹
۸۴۷۸	۳	۳۵۴۷۵	۶۲۳۸۱	۱۸۰۸۵	
۱۰۳۲۰	۴	۵۸۲۰۵	۸۱۶۵۰		
۹۹۲۰	۵	۸۰۳۵۷			

منبع: اطلاعات دریافتی از شرکت بیمه

برای انجام محاسبات روش‌های مورد نظر مقاله از نرم‌افزار R استفاده شده است. برای این‌که تصویری از داده‌ها داشته باشیم، نمودار مبلغ خسارت تجمعی برای رسم شده است. در این نمودار، سال توسعه (j) به صورت سالانه در نظر گرفته شده است. شرکت از نظر شدت خسارت روندی افزایشی دارد. در نمودار زیر خط شماره ۱ مربوط به سال حادثه اول و شماره ۵ مربوط به سال حادثه پنجم است که به دلیل این‌که یک عدد است به صورت عدد پنج به رنگ آبی کم رنگ در نمودار نشان داده شده است.



نمودار ۱: تأخیر در مبلغ خسارت‌های پرداختی

برای استفاده از روش نردبان زنجیری ابتدا مثلث خسارت تجمعی را با استفاده از داده‌های جدول ۳ تشکیل داده و با برآورد عوامل توسعه، بخش پایین مثلث پیشگویی شده است. نتایج حاصله در جدول ۴ ارائه شده است.

جدول ۴: برآورد عامل توسعه روش CL تصادفی

سال توسعه	۰	۱	۲	۳
عامل توسعه (f)	۲/۷۱۶۰۲۹	۱/۲۸۳۵۱	۱/۰۸۰۰۸۷	۱/۰۵۸۸۱۵

نتایج محاسبه ذخیره خسارت سالانه و ذخیره کل بر اساس روش نردبان زنجیری در جدول ۵ ارائه شده است. میزان عدم اطمینان ذخیره و عدم اطمینان نتیجه توسعه خسارت در ستون‌های سوم و

جدول ۶: نتایج روش‌های مختلف ذخیره‌گیری

سال	CL	نسبت خسارت دستورات عمل	نسبت خسارت اصلاح شده
۱۳۹۰	۰	۰	۰
۱۳۹۱	۶۶۷۸	۲۵۱۰	۲۵۱۰
۱۳۹۲	۱۶۶۵۱	۱۶۲۵۴	۱۶۲۴۴
۱۳۹۳	۶۵۴۳۱	۶۴۲۰۷	۵۴۴۱۵
۱۳۹۴	۲۴۰۰۰۴	۱۳۴۰۷۶	۱۳۰۵۳۵
جمع کل ذخیره	۳۲۸۷۶۳	۲۱۷۰۴۷	۲۰۳۷۰۶

به اعتقاد (Wüthrich and Merz (2015) یک روش برای پس‌آزمون کردن نتیجه پیشگویی محاسبه نسبت تفاضل مقدار پیشگویی و واقعی به مقدار واقعی است. این نسبت نشان می‌دهد که مقدار پیشگویی چقدر نسبت به مقدار واقعی بیش‌برآورد یا کم‌برآورد دارد. بدیهی است که روش با خطای کمتر مطلوب‌تر است. با استفاده از روش فوق نتیجه پس‌آزمون برای روش‌های ذخیره‌گیری بیان شده در جدول ۶ حاکی از آن است که روش نردبان زنجیری تصادفی به میزان ۱۶ درصد بیش‌برآورد و روش مبتنی بر نسبت خسارت (دستورالعمل) به میزان ۲۶ درصد کم‌برآورد در پیشگویی ذخیره دارند. یک راهکار جهت انتخاب مناسب‌ترین روش ذخیره‌گیری استفاده از روش زیر است:

اطلاعات سال‌های ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۸ را در نظر می‌گیریم. چون رویکرد ۵ ساله برای محاسبه ذخایر مورد استفاده قرار می‌گیرد. لذا اطلاعات را به صورت ۵ ساله تنظیم می‌کنیم. هر بار اطلاعات یک جدول پنج ساله را در نظر گرفته و مبلغ خسارت‌های پایین مثلث را پیشگویی می‌کنیم؛ در صورت موجود بودن مقدار واقعی برای مثلث پایینی، توان دوم نسبت مقادیر واقعی بر مقادیر پیشگویی شده منهای یک را محاسبه می‌کنیم. مقدار محاسبه شده را MSEP نامگذاری می‌کنیم؛ در انتها متوسط تمامی MSEPهای محاسبه شده را به دست می‌آوریم؛

هر روشی که معیار MSEP آن کوچکتر باشد، مناسبترین روش برای محاسبه ذخیره خسارت خواهد بود.

یک روش جایگزین نردبان زنجیری، مدل خطی تعمیم‌یافته (GLM) است (Wüthrich and Merz, 2008). باتوجه به این که ذخیره محاسبه شده به روش خطی تعمیم‌یافته در بازه زمانی ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۴ مبلغ ۳۲۸۷۶۳ میلیون ریال است که با نتیجه حاصله از روش نردبان زنجیری یکسان است. جهت انتخاب مناسب‌ترین روش ذخیره‌گیری از مدل خطی تعمیم‌یافته برای مقایسه استفاده شده است. هدف این است که نشان داده شود حتی اگر ذخیره خسارت دو روش برابر باشند، به چه روشی می‌توان مناسب‌ترین روش را انتخاب کرد. برای جزئیات بیشتر در مورد روش خطی تعمیم‌یافته به (Wüthrich and Merz (2008) مراجعه شود. نتایج حاصل از محاسبه در جدول ۸ ارائه شده است.

جدول ۸: معیار محاسبه شده با استفاده از مبلغ خسارت بر اساس دوره‌های پنج ساله

دوره	CL	GLM
۱۳۹۴-۱۳۹۰	۸۶۲۰۰۳۴۰۶۳۹	۸۶۲۰۰۳۷۳۴۱۳
۱۳۹۵-۱۳۹۱	۲۱۸۲۱۹۰۰۰۰۰۰	۲۱۸۲۱۹۰۰۰۰۰۰۰
۱۳۹۶-۱۳۹۲	۶۵۸۳۳۰۶۴۲۸۸	۶۵۸۳۳۰۷۱۲۳۵
۱۳۹۷-۱۳۹۳	۱۱۸۵۷۷۰۱۹۴۴	۱۱۹۷۷۱۵۱۵۳
۱۳۹۸-۱۳۹۴	۴۷۰۹۶۱۳۹۳	۴۷۰۹۵۶۰۱۷
ارزیابی کلی دوره زمانی	۳۸۲۵۸۱۰۶۸۲۶۵	۳۷۱۹۲۱۱۱۵۸۱۷

مبلغ واقعی خسارت‌های پرداختی در سال‌های ۱۳۹۵ تا ۱۳۹۸، ۲۷۴۵۶۰ میلیون ریال می‌باشد. بر اساس نتایج حاصله از جدول ۶، ذخیره خسارت پیشگویی شده براساس روش مبتنی بر نسبت خسارت (دستورالعمل) نسبت به مقدار واقعی اندکی کم‌برآورد دارد. استفاده از این روش توسط شرکت بیمه مورد بررسی باعث کم‌برآورد کردن ذخیره خسارت می‌شود و با توجه به این که ذخیره خسارت یکی از اقلام مهم سمت بدهی ترازنامه شرکت‌های بیمه است این کم‌برآوردی می‌تواند منجر به عدم توانگری مالی شرکت بیمه در ایفای تعهدات خود شود. البته در تمامی شرکت‌های بیمه الزاماً ممکن است روش نسبت خسارت کم‌برآورد نداشته باشد. به‌عنوان نمونه Atatalab and Shahriyar et al. (2015) و Payandeh Najafabadi (2020) از روش نسبت خسارت برای محاسبه ذخیره خسارت بیمه شخص ثالث اتومبیل در مقاله خود استفاده کردند و نتایج حاکی از بیش‌برآورد ذخیره خسارت توسط روش نسبت خسارت بود. روش مبتنی بر نسبت خسارت اصلاحی نیز نشان‌دهنده کم‌برآورد در ذخیره خسارت است. در این تحقیق، محاسبات روش مبتنی بر نسبت خسارت اصلاحی و روش نردبان زنجیری با استفاده از داده‌های مقاله (Radtke et al. (2016 نیز انجام شده که نتیجه از نزدیک بودن مقدار ذخیره محاسبه شده بر اساس روش نسبت خسارت اصلاحی و روش نردبان زنجیری حکایت داشت. بنابراین این‌گونه به‌نظر می‌رسد که میزان ذخیره خسارت در روش مبتنی بر نسبت خسارت بسیار به روند ضریب خسارت شرکت بیمه بستگی دارد که این به الگوی پرداخت خسارت شرکت‌های بیمه و میزان حق‌بیمه سالانه آنها مرتبط است. میزان تغییرات زیاد ذخیره مبتنی بر نسبت خسارت با تغییر شرکت بیمه نشان‌دهنده آن است که خیلی نمی‌توان به نتایج این روش اتکا نمود.

جهت محاسبه فاصله اطمینان برای پیشگویی انجام شده در سطح ۵/۹٪ از فرمول زیر استفاده می‌شود که در آن  $\hat{R}_I$  نماد کل ذخیره محاسبه شده است:

$$\hat{R}_I \pm 1/96 \sqrt{m \text{sep}_{R_I|D_I}(\hat{R}_I)} \quad (29)$$

جدول ۷: فاصله اطمینان پیشگویی مبلغ خسارت‌های آتی (ارقام به میلیون ریال)

روش ذخیره‌گیری	فاصله اطمینان
CL	۱/۳۲۸۷۶۳۹۶ (۲۰۵۳۹۹۰۴۵۲۱۲۷) = ۶۲۹۴۰/۷۸

بر اساس نتایج ارائه شده در **جدول ۸**، ذخیره به هر دو روش CL و GLM برای شرکت مورد بررسی مناسب هستند. ولی به نظر میرسد مناسبترین روش برای محاسبه ذخایر خسارت برای شرکت مورد مطالعه GLM است.

شبهه‌سازی در این بخش نتایج مقاله در خصوص روش‌های پیشنهادی بیمه مرکزی و روش مبتنی بر نسبت خسارت اصلاحی بر اساس داده‌های شبهه‌سازی شده مورد آزمون قرار می‌گیرد. داده‌های خسارت بر اساس الگوریتم پیشنهادی زیر تولید و در قالب مثلث خسارت ارائه می‌شوند. الگوریتم پیشنهادی قابلیت تولید مثلث‌های توسعه خسارت برای تعداد و مبلغ خسارت را به صورت همزمان دارد و در انواع مدل‌های ذخیره‌گیری که بر مبنای دو مثلث هستند نیز کاربرد دارد.

گام ۱. تولید تعداد خسارت‌های وارد شده به شرکت بیمه در سال حادثه  $i$ ، از توزیع پواسون با شدت  $\alpha_i$ .

گام ۲. توزیع تعداد خسارت‌های وارده برای هر سال حادثه  $i$  بر اساس توزیع چند جمله‌ای.

جدول ۱۰: میانگین ذخیره خسارت در صد هزار بار تکرار

نردبان‌زنجیری	نسبت خسارت دستورالعمل	نسبت خسارت اصلاحی
۲۹۷۳۷	۱۸۷۴۰	۳۱۱۶۴

همان گونه که مشاهده می‌شود نتایج حاصل از روش نردبان‌زنجیری و روش نسبت خسارت به هم نزدیک می‌باشند. ولی روش نسبت خسارت دستورالعمل تفاوت زیادی با دو روش دیگر دارد و کم‌برآورد در ذخیره را نشان می‌دهد. بنابراین، نتایج شبهه‌سازی نیز مؤید مثال کاربردی مقاله بر اساس داده واقعی است.

نتایج حاصل از محاسبه ذخیره در صد هزار بار تکرار نشان داد که روش نسبت خسارت بیمه مرکزی همواره برآورد کمتری را نسبت به روش نردبان‌زنجیری دارد. بیشترین میزان فاصله نتیجه روش نسبت خسارت بیمه مرکزی از روش نردبان‌زنجیری ۱۲۰۳۶ و کمترین فاصله آن ۱۰۱۳۳ می‌باشد.

بیشترین میزان فاصله نتیجه روش نسبت خسارت اصلاحی از روش نردبان‌زنجیری ۲۴۰۴ و کمترین فاصله آن ۲۷۴ می‌باشد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که روش نسبت خسارت اصلاحی برآورد بهتری نسبت به روش نسبت خسارت بیمه مرکزی ارائه می‌دهد و برآورد نزدیک‌تری به روش نردبان‌زنجیری دارد. انتظار می‌رود که روش‌هایی که در یک دستورالعمل معرفی می‌شوند نتایج نزدیک به هم داشته باشند تا شرکت‌های بیمه ملاک انتخاب روش ذخیره‌گیری را اثر آن بر سود/زیان در صورت مالی قرار ندهند.

نتیجه محاسبه عدم اطمینان و خطای مدل در دور روش نردبان‌زنجیری و نسبت خسارت اصلاحی در **جدول ۱۱** ارائه شده است. نتیجه حاصله بیانگر عدم اطمینان و خطای زیاد روش نسبت خسارت است. لازم به ذکر است که خطای مدل حاصل توان دوم تفاضل مقدار واقعی و مقدار پیشگویی در مثلث‌های شبهه‌سازی شده است. با توجه به این که در روش نسبت خسارت دستورالعمل نمودارهای پایین مثلث تولید نمی‌شود، لذا امکان محاسبه خطای مدل در آن وجود ندارد.

جدول ۱۱: میانگین عدم اطمینان و خطای برآورد در صد هزار بار تکرار

روش ذخیره‌گیری	MSEP	SSE
روش نردبان‌زنجیری	۷۱۴۷۸	۳۶۱۰۹
نسبت خسارت اصلاحی	۶۶۷۹۱۲۵۷	۳۶۶۷۴۵۵۰

شبهه‌سازی در این بخش نتایج مقاله در خصوص روش‌های پیشنهادی بیمه مرکزی و روش مبتنی بر نسبت خسارت اصلاحی بر اساس داده‌های شبهه‌سازی شده مورد آزمون قرار می‌گیرد. داده‌های خسارت بر اساس الگوریتم پیشنهادی زیر تولید و در قالب مثلث خسارت ارائه می‌شوند. الگوریتم پیشنهادی قابلیت تولید مثلث‌های توسعه خسارت برای تعداد و مبلغ خسارت را به صورت همزمان دارد و در انواع مدل‌های ذخیره‌گیری که بر مبنای دو مثلث هستند نیز کاربرد دارد.

گام ۱. تولید تعداد خسارت‌های وارد شده به شرکت بیمه در سال حادثه  $i$ ، از توزیع پواسون با شدت  $\alpha_i$ .

گام ۲. توزیع تعداد خسارت‌های وارده برای هر سال حادثه  $i$  بر اساس توزیع چند جمله‌ای.

$$N_{i,j}^{report} | N_i \sim \text{multinomial}(N_i, \beta_0, \beta_1, \dots, \beta_j) \quad (30)$$

$\beta_j$  احتمال تأخیر در گزارش‌دهی خسارت در سال توسعه  $j$  است. گام ۳. تولید مثلث تعداد خسارت‌های پرداختی بر اساس توزیع چند جمله‌ای.

$$N_{i,j-l,l}^{paid} | N_{i,j}^{report} \sim \text{multinomial}(N_{i,j}^{report}, q_0, q_1, \dots, q_l) \quad (31)$$

احتمال تأخیر در پرداخت خسارت و دوره تأخیر در پرداخت خسارت (پس از گزارش‌دهی) است و .

$$N_{i,j}^{paid} = \sum_{j=0}^j N_{i,j-l,l}^{paid}$$

گام ۴. محاسبه  $N_{i,j}^{paid}$  متغیر تصادفی مبلغ خسارت،  $Y_{i,j}^{(k)}$  را برای سلول مثلث خسارت تولید می‌کنیم (نماد  $K$  شماره‌دهنده است و بیانگر  $k$ -امین خسارت واقع شده در سال  $i$  و پرداخت شده در  $j$  سال بعد است).  $Y_{i,j}^{(k)}$  دارای توزیع گاما با پارامتر  $\alpha$  و  $\beta$  است.

$$X_{i,j} = \sum_{j=0}^{N_{i,j}^{paid}} Y_{i,j}^{(k)}$$

گام ۶. محاسبه  $X_{i,j}$  در مقاله حاضر، با استفاده از گام‌های بالا صد هزار مثلث خسارت تولید گردید. پارامترهای فرض شده در این الگوریتم شبهه‌سازی در جدول زیر ارائه شده است.

جدول ۹: پارامترهای مورد استفاده در الگوریتم شبهه‌سازی

$\alpha_i$	۴۵۸۸۸	۱۲۰۲۲۷	۱۳۲۵۹۲	۲۰۵۲۸۶	۳۲۰۳۶۱
$\beta_j$	۰/۲۵۰۸۳۳	۰/۴۳۰۴۳۷	۰/۱۹۳۱۵۲	۰/۰۷۰۰۳	۰/۰۵۵۵۴۸
$P_i$	۴۳۸۹	۴۳۲۲	۸۴۷۸	۱۰۳۲۰	۹۹۲۰
$q_i$	۰/۸۲۷	۰/۱۰۲۲	۰/۰۵۶	۰/۰۱۳۳	۰/۰۰۱۵



Merz, M.; Wüthrich, M.V., (2008). Modeling the claims development result for solvency purposes. *ASTIN Colloq. Manchester*.  
 Miranda, M.M.D.; Nielsen, J.P.; Verrall, R., (2013). Double chain ladder. *Astin Bull.*, 42(1): 59-76 **(18 pages)**.  
 Omrani, A.; Faghihi Habibabadi, M.R., (2017). Stochastic loss reserving for general insurance with emphasis on micro-level. *Iran. J. Insur. Res.*, 6(3): 41-62 **(22 pages)**. (In Persian)  
 Payandeh Najafabadi, A.T.; Abedin Khan, M., (2014). Bayesian approach in calculating CL technical reserves. *Insur. Stud.*, 1: 31-62 (32 pages). (In Persian)  
 Radtke, M.; Schmidt, K.D.; Schnaus, A., (2016). *Handbook on loss reserving*. Springer.  
 Röhr, A., (2016). Chain-ladder and error propagation. *Astin Bull.*, 46(2): 293-330 **(38 pages)**.  
 Shahriyar, B.; Emdadi, F.; Sayadzadeh, A., (2015). Measuring loss reserves as the most important technical reserve of insurance companies: the approach of wealth II. In *The 22<sup>nd</sup> national conference and the 8<sup>th</sup> international conference on insurance and development*. (In Persian)  
 Taylor, G., (2000). *Loss reserving: An actuarial perspective*. Springer.  
 Wüthrich, M.V., (2003). Claims reserving using Tweedie's compound Poisson model. *Astin Bull.*, 33(2): 331-346 **(16 pages)**.  
 Wüthrich, M.V.; Merz, M., (2008). Stochastic claims reserving method in insurance. John Wiley & Sons.  
 Wüthrich, M.V.; Merz, M., (2015). *Stochastic claims reserving manual: Advances in dynamic modeling*. Swiss Finance Inst. Res. Pap. Ser., 15-34 **(20 pages)**.

احتمالی بر روی مقاله می‌باشد. لذا به استناد مجوز مذکور، درج هرگونه تغییرات در تصاویر، منابع و ارجاعات یا سایر مطالب از اشخاص ثالث در این مقاله باید در این مجوز گنجانده شود، مگر اینکه در راستای اعتبار مقاله به اشکال دیگری مشخص شده باشد. در صورت عدم درج مطالب مذکور و یا استفاده فراتر از مجوز فوق، نویسنده ملزم به دریافت مجوز حق نسخه‌برداری از شخص ثالث می‌باشد.

به منظور مشاهده مجوز بین‌المللی Creative Commons Attribution 4.0 به آدرس زیر مراجعه گردد:  
<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

#### یادداشت ناشر

ناشر نشریه پژوهشنامه بیمه با توجه به مرزهای حقوقی در نقشه‌های منتشرشده بی‌طرف باقی می‌ماند.

#### منابع

Antonio, K.; Plat, R., (2014). Micro-level stochastic loss reserving for general insurance. *Scand. Actuarial J.*, 2014(7): 649-669 **(21 pages)**.  
 Atatabal, F.; Payandeh Najafabadi, A.T., (2020). Non-life insurance reserve for solvency purposes. *The 6th finance-Iran national conference on financial and actuarial mathematics*. Tehran: kharazmi university.  
 Badounas, I.; Pitselis, G., (2020). Loss reserving estimation with correlated run-off triangles in a quantile longitudinal model. *Risks*. 8(1): 2-26 **(21 pages)**.  
 Buchwalder, M.; Buhlmann, H.; Merz, M.; Wüthrich, M.V., (2006). The mean square error of prediction in the chain ladder reserving method (Mack and Murphy revisited). *Astin Bull.*, 36(2): 521-542 **(22 pages)**.  
 Central Insurance of the Islamic Republic of Iran, (2018). *Guidelines for estimating and controlling the adequacy of technical reserves in the field of third-party insurance for insurance institutions*. (In Persian)  
 England, P.D.; Verrall, R.J., (2002). Stochastic claims reserving in general insurance. *Br. Actuarial J.*, 8(3): 443-518 **(76 pages)**.  
 Gisler, A., (2008). The estimation error in the chain ladder reserving method: A Bayesian approach. *Astin Bull.*, 36(2): 554-565 **(12 pages)**.  
 Karimi, A., (2015). *Comparison of Bayesian bootstrap and classical bootstrap in chain ladder method*. Master thesis of Shahid Beheshti University.  
 Kuang, D.; Nielsen, B.; Perch Nielsen, J., (2011). Forecasting in an extended chain ladder type model. *J. Risk Insur.*, 78(2): 345-359 **(15 pages)**.  
 Li, N., (2017). *Analysis of stochastic claims reserving uncertainty*. Master Thesis, mathematical statistics stockholm university.  
 Lindholm, M.; Lindskog, F.; Wahl, F., (2020). Estimation of conditional mean squared error of prediction for claims reserving. *Ann. Actuarial Sci.*, 14(1): 93-128 **(36 pages)**.  
 Ludwig, A.; Schmidt, K.D., (2011). *Calendar year reserves in the multivariate additive model*. Working Paper.  
 Mack, T., (1993). Distribution-free calculation of standard error of chain ladder reserve estimates. *Astin Bull.*, 23(2): 213-225 **(36 pages)**.

AUTHOR(S) BIOSKETCHES	معرفی نویسندگان
<p>فاطمه عطاطلب، دانشجوی دکتری بیم‌سنجی، گروه بیم‌سنجی، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران</p> <ul style="list-style-type: none"><li>▪ Email: <a href="mailto:f_atatablab@sbu.ac.ir">f_atatablab@sbu.ac.ir</a></li><li>▪ ORCID: 0000-0002-0116-8572</li><li>▪ Homepage: <a href="https://scholar.google.com/scholar?hl=en&amp;as_sdt=0%2C5&amp;q=Fatemeh+Atatablab&amp;btnG=">https://scholar.google.com/scholar?hl=en&amp;as_sdt=0%2C5&amp;q=Fatemeh+Atatablab&amp;btnG=</a></li></ul> <p>امیر تیمور پاینده نجف آبادی، استاد گروه بیم‌سنجی، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران</p> <ul style="list-style-type: none"><li>▪ Email: <a href="mailto:amirtpayandeh@sbu.ac.ir">amirtpayandeh@sbu.ac.ir</a></li><li>▪ ORCID: 0000-0001-8894-0803</li><li>▪ Homepage: <a href="http://scimet.sbu.ac.ir/AmirTeimour_PayandehNajafabadi">http://scimet.sbu.ac.ir/AmirTeimour_PayandehNajafabadi</a></li></ul>	

HOW TO CITE THIS ARTICLE	
<p>Atatablab, F.; Payandeh Najafabadi, A.T., (2022). A reflection on the loss ratio method in the automobile third party liability insurance loss reserving. <i>Iran. J. Insur. Res.</i>, 11(1): 1-14. DOI: 10.22056/ijir.2022.01.01 URL: <a href="https://ijir.irc.ac.ir/article_139313.html?lang=en">https://ijir.irc.ac.ir/article_139313.html?lang=en</a></p>	